

構造力学の基礎

「構造物に働く力、応力と材料の強さ、梁のたわみ」

株 式 会 社

和 幸 設 計

鳥 取 事 務 所

奥 村 智 洋

令和8年度「建設基礎講習」構造力学の基礎 「構造物に働く力、応力と材料の強さ、梁のたわみ」

一般社団法人鳥取県土木施工管理技士会

株式会社 和幸設計鳥取事務所 奥村 智洋
〒680-0945 鳥取市湖山町南5丁目130番地
TEL080-7833-6113
E-mail:okumura@wakonet.jp



2025.Wako Design. co.,ltd.

構造力学の基礎を学ぶ理由



考えて下さい。

朝起きて水道の蛇口を回すと水が出ます。暗くなれば、電気のスイッチを入れれば点灯します。地震・津波・豪雨災害などの被害を減災できるのも、**社会基盤整備**によるものです。

でも、悲しいかな一般の方は、不便な生活に遭遇しないと、**社会基盤整備**の重要性に気づいて頂けません。しかし、私達は**社会基盤整備**を行います。人命を守り、社会経済の壊滅的な被害を防ぐため、社会基盤整備の安全確保で学ばなければならない基本分野が、「**構造力学**」です。

- 第1章：構造物と力
- 第2章：梁の外力
- 第3章：梁の内力
- 第4章：梁を解く
- 第5章：梁に生じる応力
- 第6章：応力と材料の強さ
- 第7章：梁のたわみ

これらの内容を題材として、出来るだけ身近にある事象を取り入れて進めて行きたいと思います。

3/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

身の回りにある構造物に作用する力



ここで、**作用する力**についての理解が必要です。

本当で、「力の働きを示して、物体(構造物)を動かそうとする働き」は、作用する力なのか？

作用力と反作用力



えー反作用力て何？

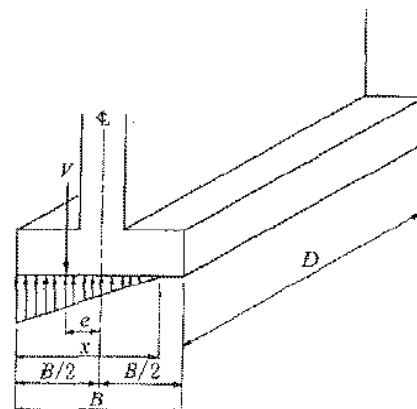


図-解 9. 6. 1 基礎底面の地盤反力度分布

4/79

2026.Wako Design. co.,ltd.



5/79

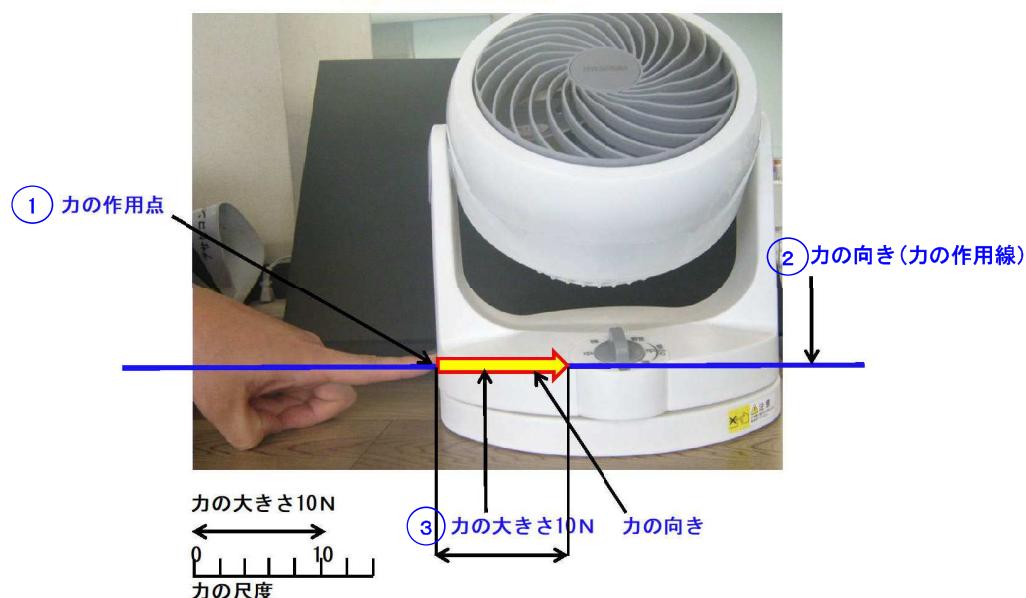
2026.Wako Design. co.,ltd.

第1章：構造物と力（力の3要素）



力の働き(作用)を表すには、①作用点(力の働く点)、②力の向き、③力の大きさを示さなければならない。これらを**力の3要素**という

青字：力の3要素



6/79

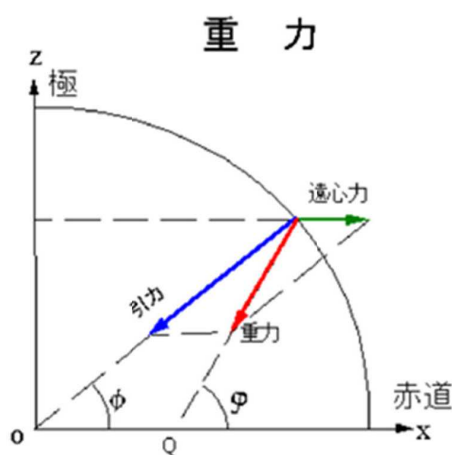
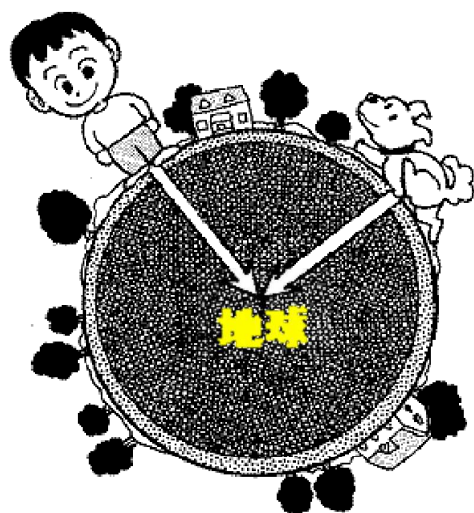
2026.Wako Design. co.,ltd.

力の大きさは、平成11年からの「国際単位系（SI）への完全移行（以下、SIと表現）」によって、SIで示される。SIでは、1kgの質量に 1m/s^2 の加速度が作用する時、1Nと表現する。よって、

物体が受ける**力の大きさ** P は、物体の質量を $m[\text{kg}]$ 、物体に生じる加速度を $a[\text{m/s}^2]$ とすると、 $P = m \cdot a \cdot \text{N}$ で表される。

また、地球上では常に重力加速度 $g = 9.8\text{m/s}^2$ を受けているので、地球上の質量 m に働く**力の大きさ** P は、 $P = 9.8 \cdot m \cdot \text{N}$ で表される。よって、重力加速度が違えば、**力の大きさ**も違う。

建設分野では、この P を**荷重**と呼ぶ。

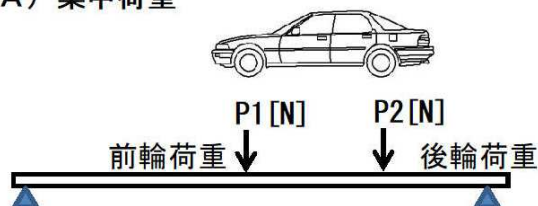


重力は（**引力**
遠心力）の合力である

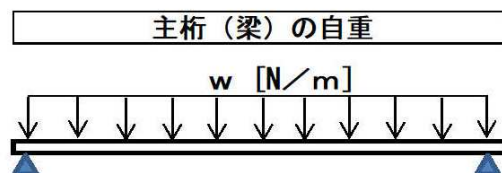
質量は、物体の本質的に持っている量であり、どんな場所でも一定である。質量は $m[\text{kg}]$ で表される。

構造物に外から作用する力を外力という。
外力には**荷重**と**反力**がある。

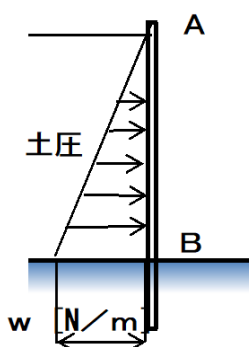
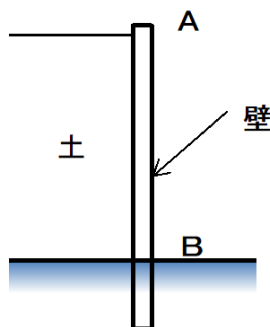
(A) 集中荷重



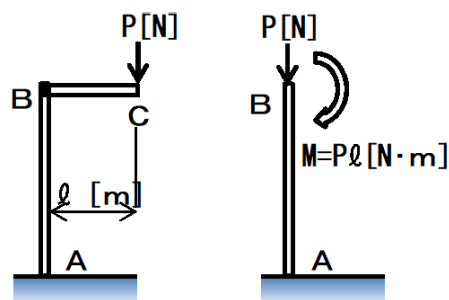
(B) 等分布荷重



(C) 等変分布荷重

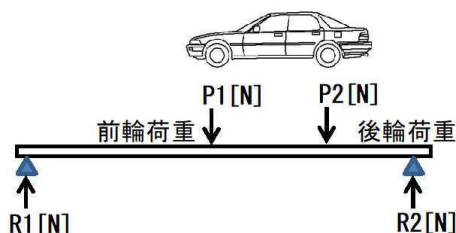


(D) モーメント荷重

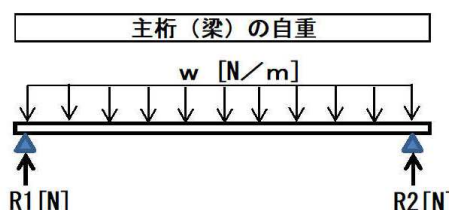


反力は構造物を支える力であり、他の構造物や地盤から作用する。

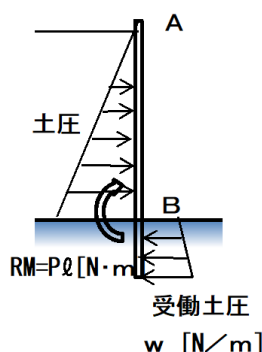
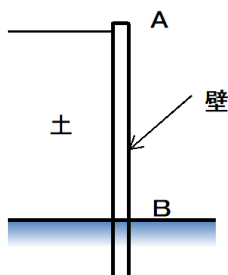
(A) 集中荷重反力



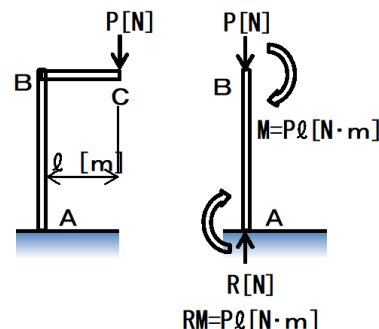
(B) 等分布荷重反力



(C) 等変分布荷重反力



(D) モーメント荷重反力



第1章：構造物と力（次元（dimension）と単位）

構造力学で次元(dimension)と単位を理解しておくことは重要です。次元とは、「物理量の基本的な性格を表すもの」です。それ以上さかのぼって共通の性質を見つけないことが出来ない、独立した記号で以下で表します。

長さ(長さの次元は記号Lで表す)

質量(質量の次元は記号Mで表す)

時間(時間の次元は記号Tで表す)

分布荷重の次元は $w=N/m(M/L)$

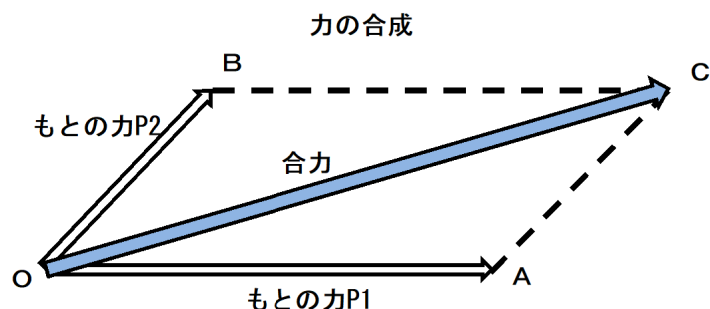
単位は、対象で表現している枠組みである。

11/79

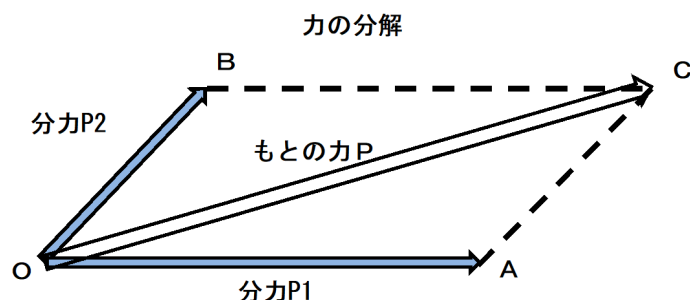
2026.Wako Design. co.,Ltd.

第1章：構造物と力（1点に作用する力の合成と分解）

二つ以上の力と同じ働きをする一つの力を合力といい、合力を求めることを**力の合成**という。



上記とは逆に、一つの力を、これと同じ働きをする二つ以上の力に分けることを、**力の分解**という。分けられた力は分力。

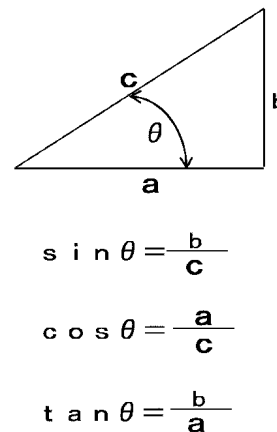
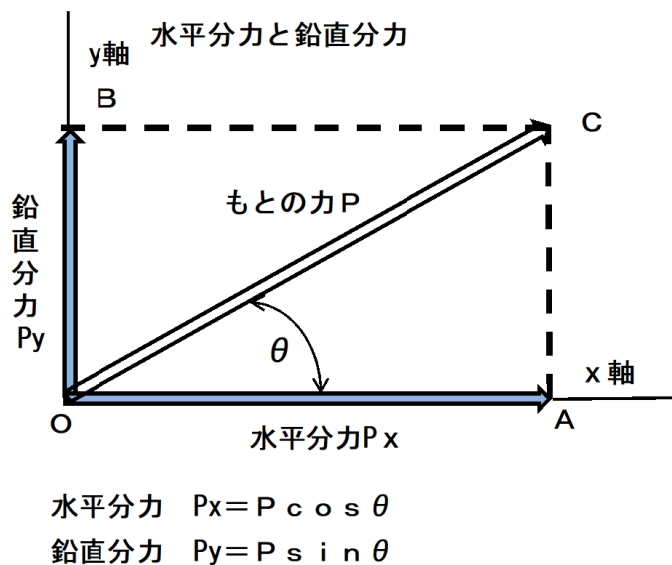


12/79

2026.Wako Design. co.,Ltd.

第1章：構造物と力（力の水平分力と鉛直分力）

直交するx軸、y軸に対して、x軸から角度 θ の方向にある大きさ P の力を、水平方向の分力 P_x と鉛直方向の分力 P_y に分解した時、 P_x を水平分力、 P_y を鉛直分力という。
水平方向は**右向きを正**、鉛直方向は**上向きを正**とする。

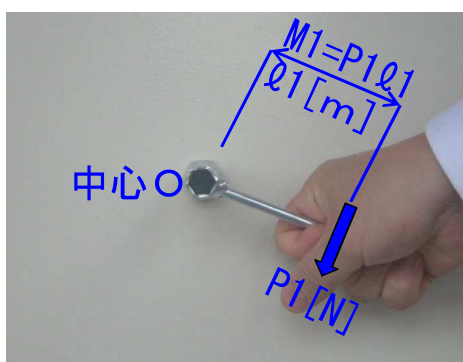


13/79

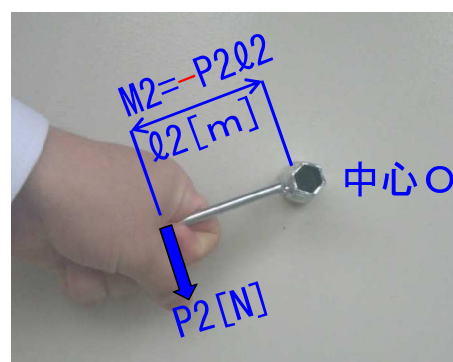
2026.Wako Design. co.,Ltd.

第1章：構造物と力（力のモーメント）

ある点を回転させようとする作用を力のモーメントという。
力の大きさを P [N]、回転の中心 O から力 P までの作用線までの距離を ℓ [m] とすると、点 O に対する力のモーメントの大きさ M_o [N・m] は $M_o = P \ell$ となる。**時計回りを正**、**反時計回りを負**とする。



正の曲げモーメント



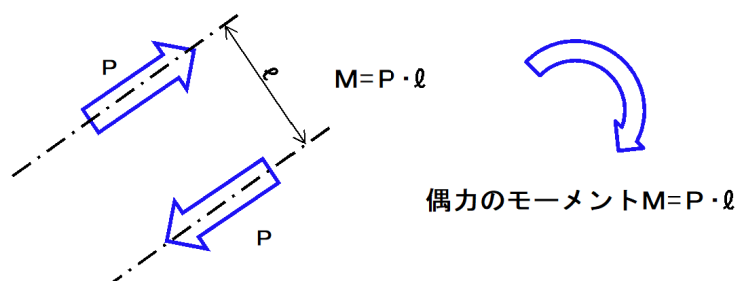
負の曲げモーメント

14/79

2026.Wako Design. co.,Ltd.

下図のように大きさが等しく作用線が平行で、互いに逆向きの2力を**偶力**という。物体を移動させようとする働きはないが、物体をその位置で回転させようとする働きがある。これを**偶力のモーメント**という。**偶力のモーメント**は、 $M = P \cdot \ell$ [N・m]で表され、**時計回りを正**、**反時計回りを負**とする。偶力のモーメントは、回転の中心をどこにとって計算しても、その値が変わらないという特徴がある。

偶力と偶力のモーメント



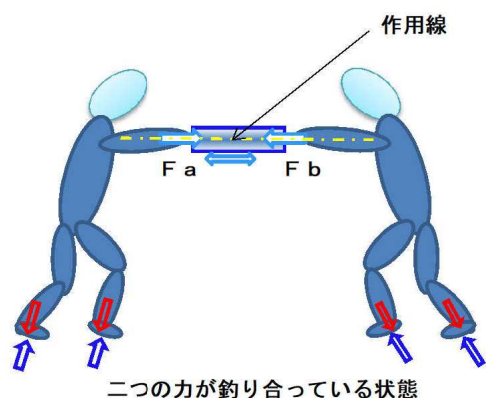
一つの物体に二つ以上の力が作用して**静止**している時、この物体に作用している全ての力は釣り合っていて、この物体は**釣合いの状態にある**という。

複数の力が釣り合っているとき、下記の3条件を満足している。

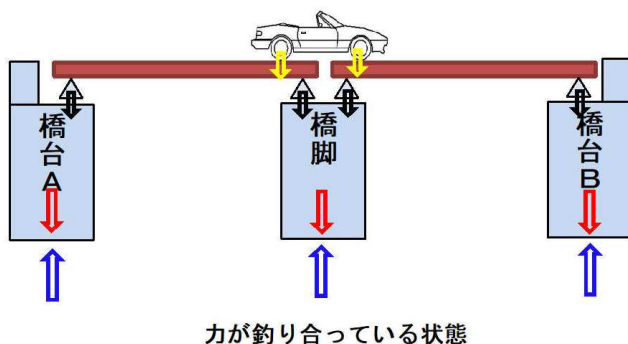
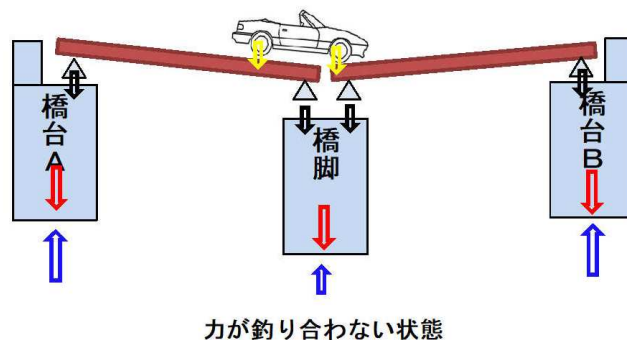
- ① **水平分力の和がゼロである。**
- ② **鉛直分力の和がゼロである。**
- ③ **力のモーメントの和がゼロである。**

これらを「**力の釣合い3条件**」という。3条件で方程式を導き、反力などの未知の力を求めることができる。釣合いの3条件から導くことができる構造を、「**静定構造**」3条件だけでは求めることが出来ない構造を、「**不静定構造**」という。

釣り合いの状態にある



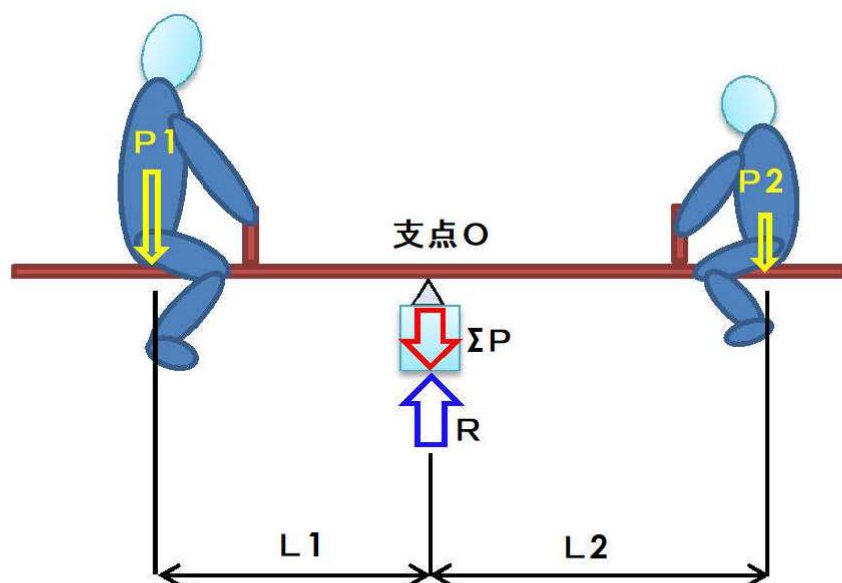
釣り合いの状態にない



17/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

第1章：構造物と力（力の釣り合い条件の応用）



釣り合うための条件

$$\text{支点Oで、} -P1 \times L1 = P2 \times L2 = 0 \quad -\Sigma P + R = 0$$

18/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

梁とは棒状の部材で、その軸が水平方向に向くように設置し、主に鉛直方向の荷重を受けて支点で支えられている。この時、支点には、荷重に釣り合うように反力が生じる。

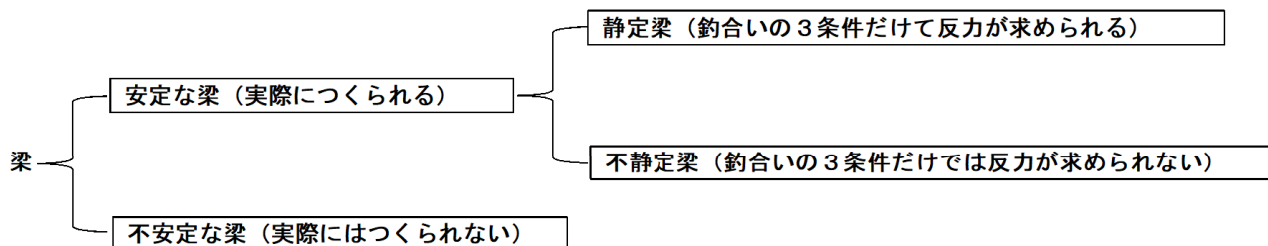


種類	可動支点	回転支点	固定支点	弾性支点
概略図				
記号と反力				
反力数	1	2	3	1

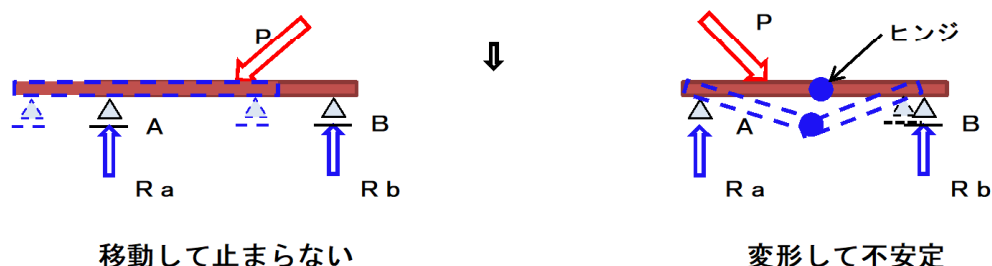
弾性支点



梁の構造の種類



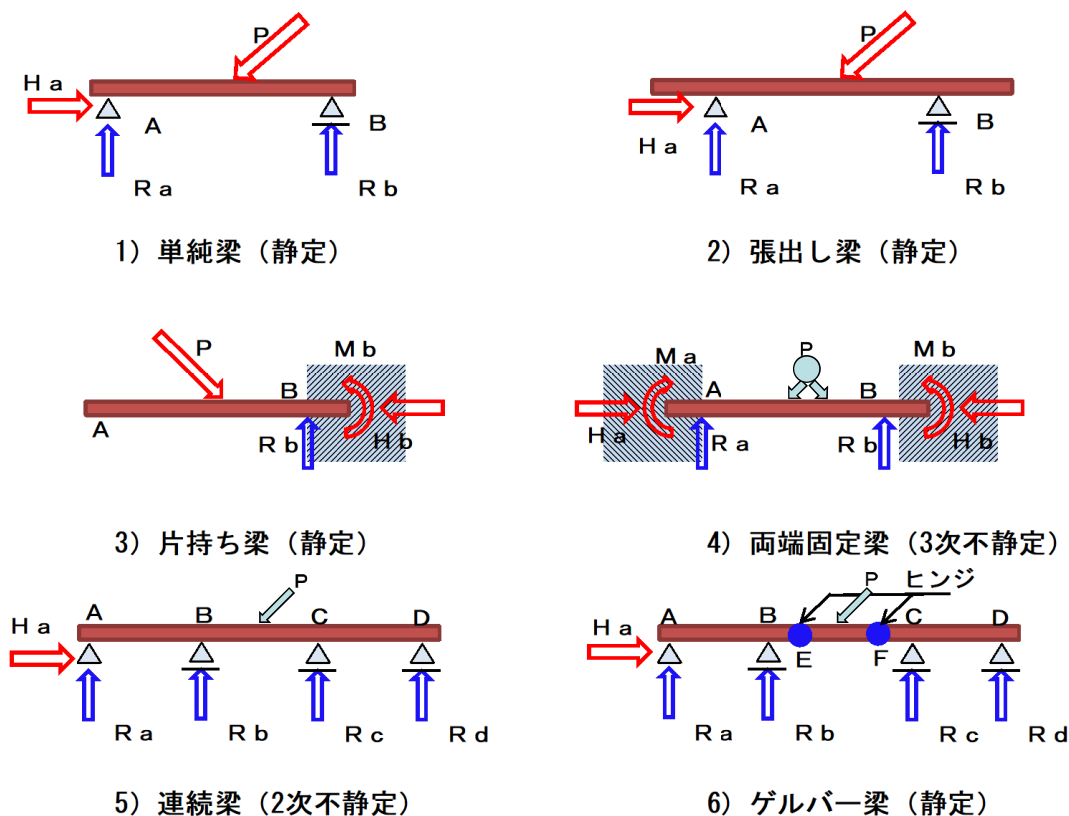
不安定な梁の例



21/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

安定な梁の例



22/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

前出の1)～3)は、反力数が3つなので、釣合いの3条件 $\Sigma H=0$ 、 $\Sigma V=0$ 、 $\Sigma M=0$ から全ての反力を求めることができる。よって、静定梁である。

一方で、4)と5)は、反力が3を超えているので、釣合いの3条件だけでは反力を求めることができない。よって、不静定梁である。

静定梁より反力の方がどの程度多くなっているかを表す数に、不静定次数がある。

反力数を r とすると、 **$r-3$ が不静定次数**である。

6)のゲルバー梁は反力が5つなのに何故、静定梁なのか？

ゲルバー梁は、3条件の他に、EとFのヒンジで $\Sigma M_{(E)}=0$ 、 $\Sigma M_{(F)}=0$ が成り立ち、合計5つの式を使って全ての反力を求めることができるためである。

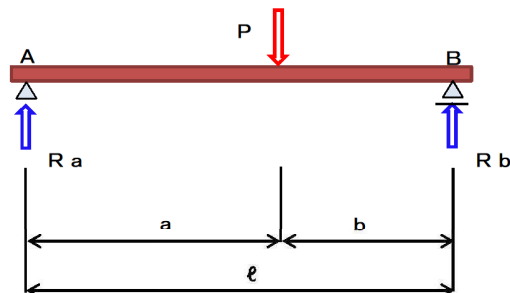
ゲルバー梁が使われなくなった理由



第2章：梁の外力（単純梁：集中荷重の反力）

一端が回転支点で、他端が可動支点の静定梁を**単純梁**という

集中荷重が作用する場合の反力



支点Aの反力 R_a は、釣合いの3条件 $\sum M_{(B)} = 0$ から、

$$\sum M_{(B)} = R_a \times l - P \times b + R_b \times 0 = 0$$

$$\therefore R_a \times l - P \times b = 0 \quad R_a = P b / l \quad \text{となる}$$

同様に、 $R_b = P a / l$ となる。

載荷状態	せん断力, モーメント図	支点反力, せん断力	曲げモーメント	たわみ	最大たわみ
		$R_A = S_1 = \frac{Pb}{l}$ $R_B = -S_2 = \frac{Pa}{l}$	$M_1 = \frac{Pb}{l} x_1 \quad (0 \leq x_1 \leq a)$ $M_2 = \frac{Pa}{l} x_2 \quad (0 \leq x_2 \leq b)$ $M_c = \frac{Pab}{l}$	$y_1 = \frac{Pa^2b^2}{6EI} \left(2 \frac{x_1}{a} + \frac{x_1}{b} - \frac{x_1^3}{a^2b} \right)$ $(0 \leq x_1 \leq a)$ $y_2 = \frac{Pa^2b^2}{6EI} \left(2 \frac{x_2}{b} + \frac{x_2}{a} - \frac{x_2^3}{ab^2} \right)$ $(0 \leq x_2 \leq b)$	$y_c = \frac{Pa^2b^2}{3EI} \left(\frac{l^2 - b^2}{l} \right)^{\frac{1}{3}}$ $y_{max} = \frac{9\sqrt{3}EI}{8} \left(\frac{x}{l^2 - b^2} \right)$ $(x = \sqrt{\frac{l^2 - b^2}{3}})$ $(a > b \text{ のとき})$

集中荷重が、支間中央にある場合

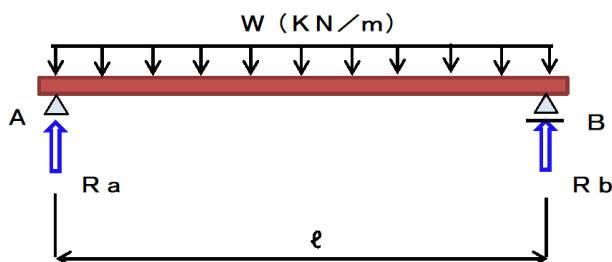
載荷状態	せん断力, モーメント図	支点反力, せん断力	曲げモーメント	たわみ	最大たわみ
		$R_A = R_B = \frac{P}{2}$ $S_1 = S_2 = \frac{P}{2}$	$M_1 = \frac{Px}{2} \quad (0 \leq x \leq \frac{l}{2})$ $M_c = \frac{Pl}{4}$	$y_1 = \frac{Pl^3}{16EI} \left(\frac{x}{l} - \frac{4}{3} \frac{x^3}{l^3} \right)$ $(0 \leq x \leq \frac{l}{2})$	$y_c = \frac{Pl^3}{48EI}$

25/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

第2章：梁の外力（単純梁：等分布荷重の反力）

等分布荷重が作用する場合の反力



支点Aの反力 R_a は、釣合いの3条件 $\sum M_{(B)} = 0$ から、

$$\sum M_{(B)} = R_a \times l - W \times l \times l \times 1/2 + R_b \times 0 = 0$$

$$\therefore R_a \times l - 1/2 \times W l^2 = 0 \quad R_a = W l / 2 \quad \text{となる}$$

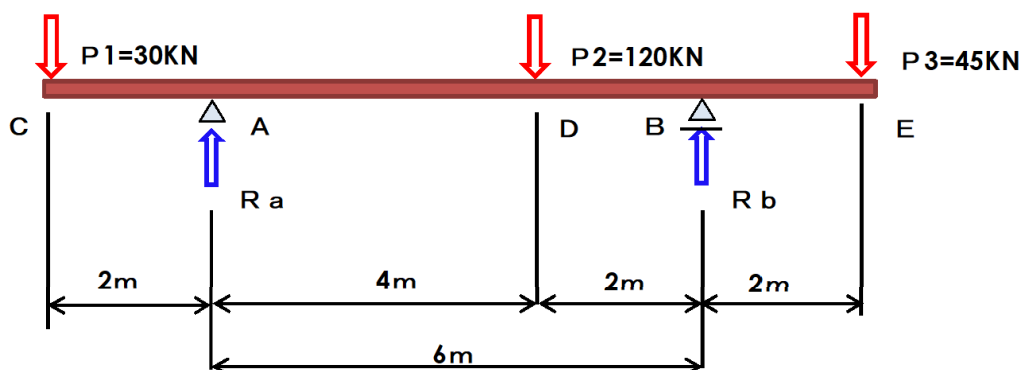
同様に、 $R_b = W l / 2$ となる。

		$R_A = R_B = \frac{ql}{2}$ $S = \frac{ql}{2} \left(1 - \frac{2x}{l} \right)$	$M = \frac{ql^2}{2} \left(\frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2} \right)$ $M_{max} = \frac{ql^2}{8}$	$y = \frac{ql^4}{24EI} \left(\frac{x}{l} - 2 \frac{x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4} \right)$	$y_{max} = \frac{5ql^4}{384EI}$
--	--	--	---	--	---------------------------------

26/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

集中荷重が作用する場合の反力



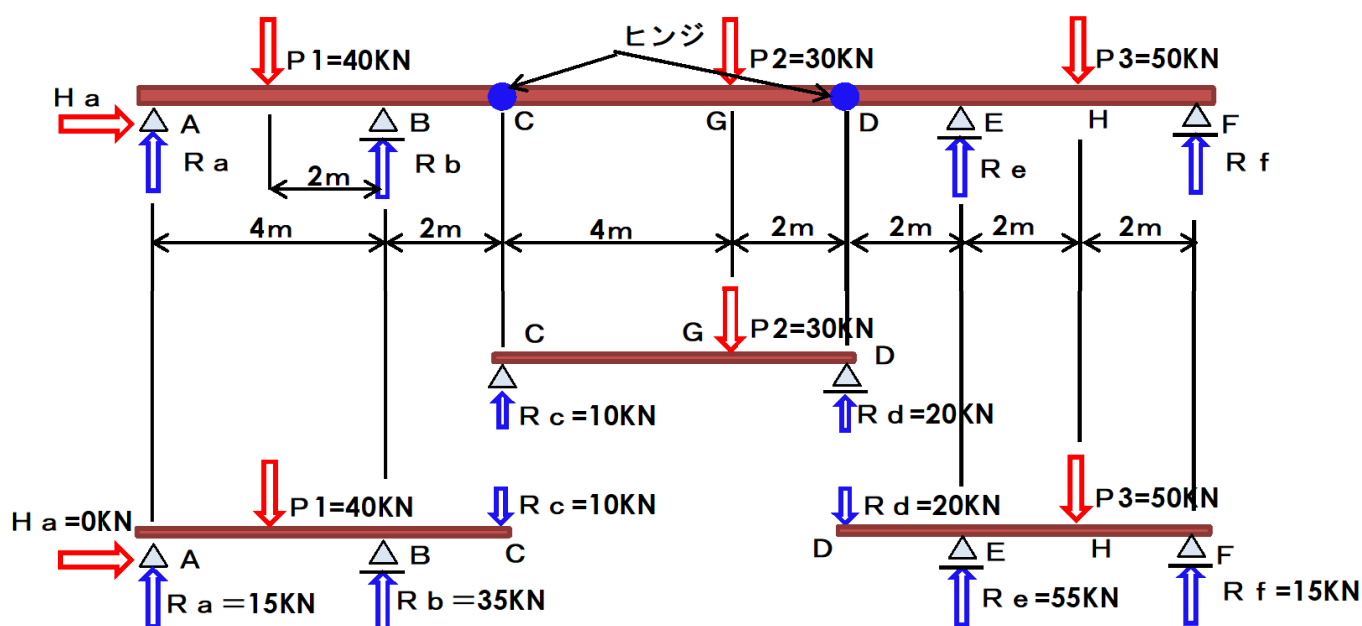
支点Aの反力 R_a は、釣合いの3条件 $\sum M_{(B)} = 0$ から、

$$-30 \times 8 + R_a \times 6 - 120 \times 2 + 45 \times 2 = 0$$

ゆえに、 $R_a = 1/6 (30 \times 8 + 120 \times 2 - 45 \times 2) = 65\text{ kN}$

すなわち、 $R_b = (30 + 120 + 45) - 65 = 130\text{ kN}$ となる

ゲルバー梁の反力

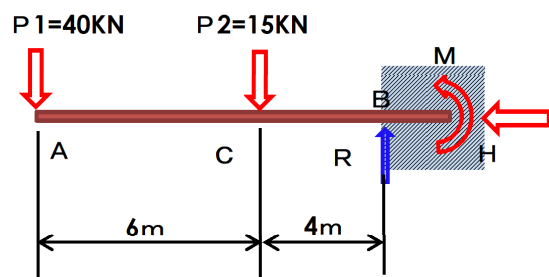


第2章：梁の外力（片持梁の反力）



片持梁は、一端が自由端で、他端が固定支点の梁である。張出し梁、ゲルバー梁は単純梁の応用で反力の計算ができる。片持梁は、モーメントの反力Mが生じることが、ほかの梁と異なっている。

片持梁の反力



梁を上にも凸しようとする向きを-とすると、 $-40 \times 10 - 15 \times 4 - M_b + R_b \times 0 + H_b \times 0 = 0$

すなわち、 $M_b = -460 \text{ kN} \cdot \text{m}$

1. 反力及び曲げモーメントの計算

水平方向には荷重は作用しないとして、水平反力 $H_b = 0$

支点Bの反力 R_b は、釣合いの3条件 $\sum V = 0$ から、

$$\sum V = -40 - 15 + R_b = 0 \quad \text{よって、} R_b = 55 \text{ kN}$$

支点Bの反力 M_b は、釣合いの3条件 $\sum M_{(B)} = 0$ から、

$$M_c = -40 \times 6 - 15 \times 0 = -240 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

29/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

第3章：梁の内力（軸方向の内力）



構造物に外力が作用すると、構造物の部材内部に力

に力

コンクリートの場合、一般に0.2%のひずみでピークを迎える。

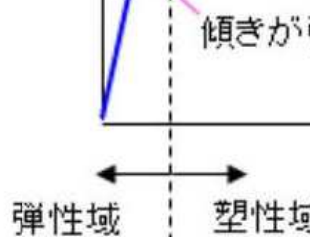
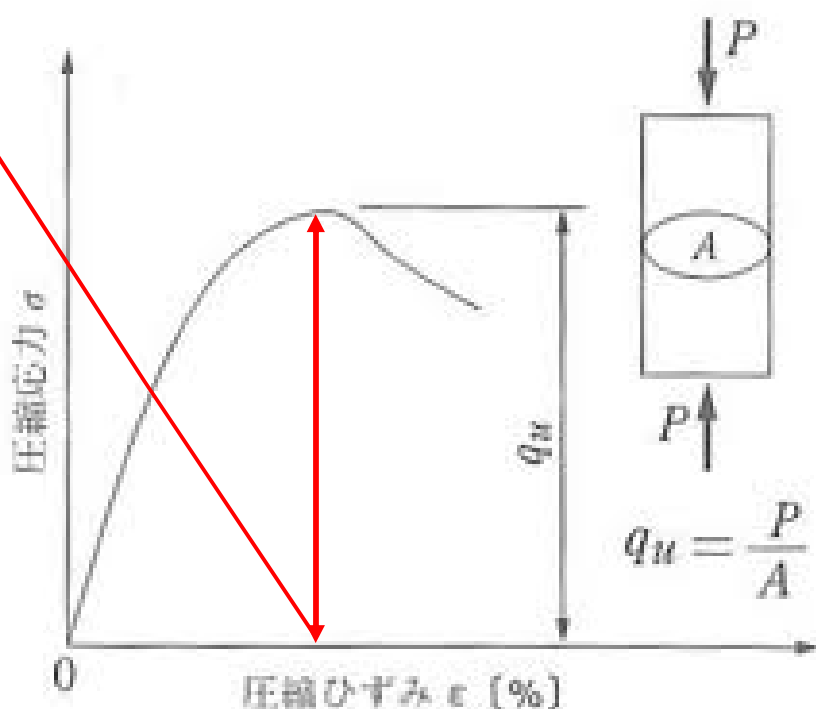


図-2.2.1



q_u ：一軸圧縮強度

コンクリート応力-ひずみ曲線

30/79

2026.Wako Design. co.,ltd.



せん断力は部材の軸直角方向の力

31/79

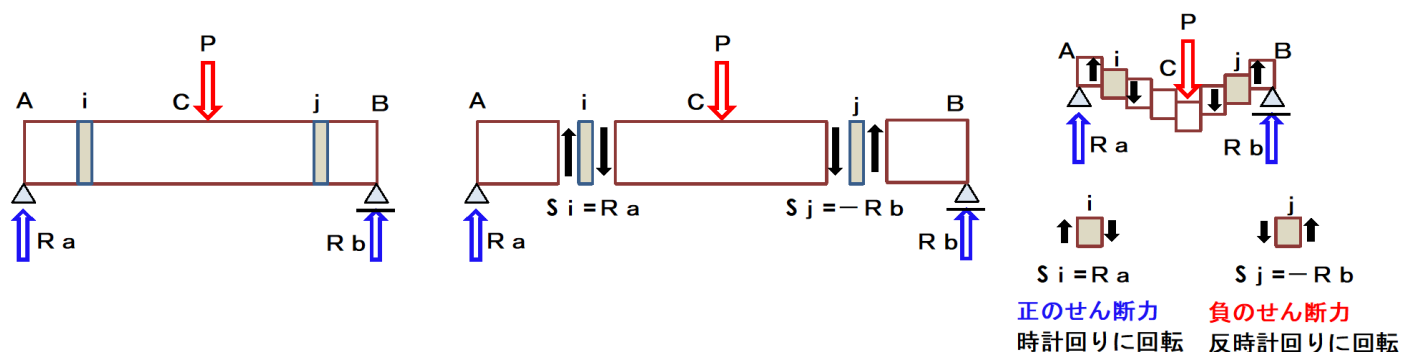
2026.Wako Design. co.,ltd.

第3章：梁の内力（梁のせん断力の正と負）



単純梁に集中荷重 P と反力 R_a 、 R_b が作用している。図のように、点 i 、 j で軸に垂直な断面をもつ微小部分について鉛直方向の力の釣合いを考える。点 i の仮想断面には、大きさ R_a のせん断力 S_i が時計回りに回転(+)させる向きに生じている。 S_j は反時計回りに回転(-)している。この時、 $S_i = R_a$ 、 $S_j = -R_b$ と表す。

梁のせん断力（任意の点、 i と j に生じるせん断力）

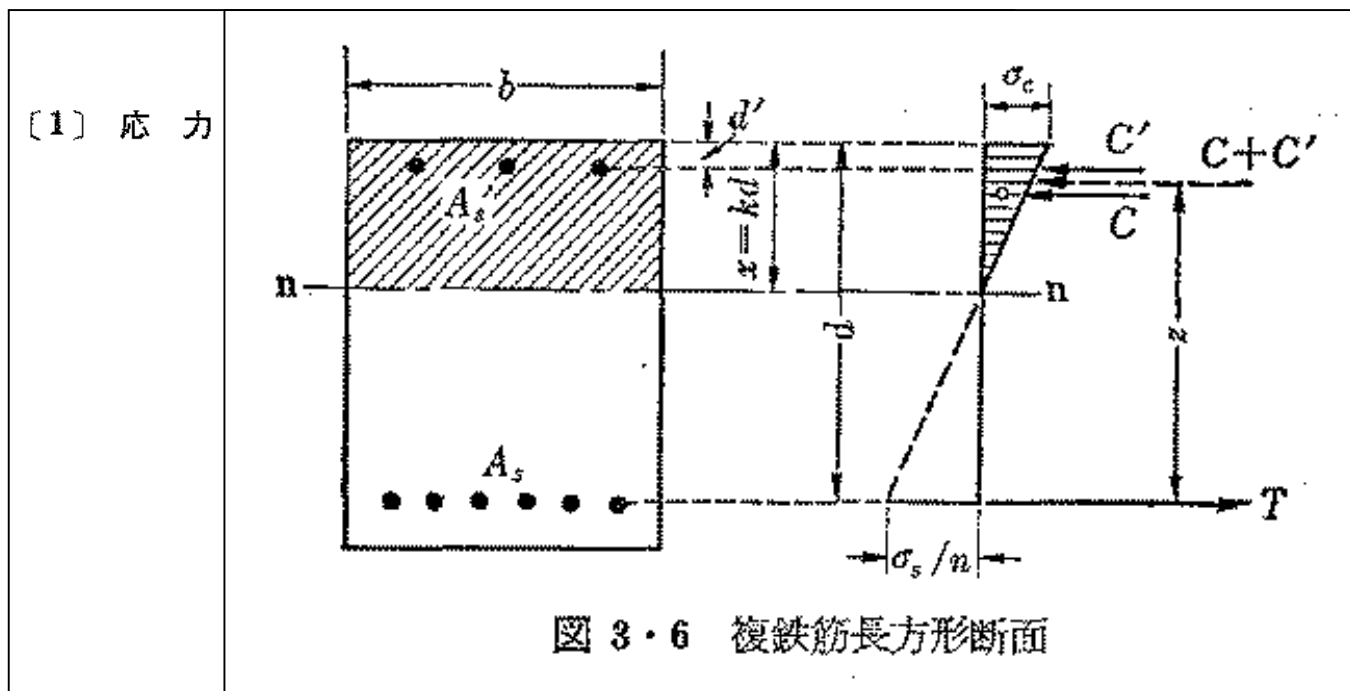


32/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

第3章：梁の内力（曲げモーメントと曲げ応力）

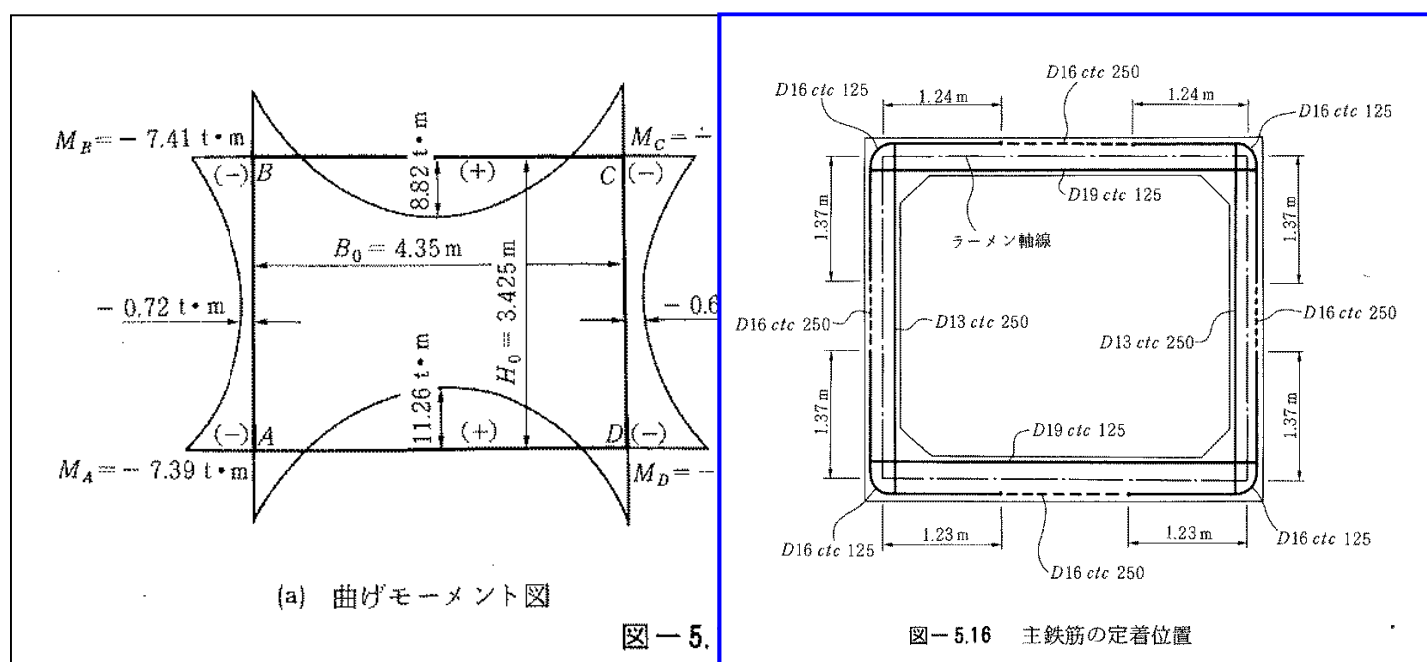
部材に曲げモーメントが生じると、**圧縮側と引張り側**に応力 $[N/m^2]$ が発生する。これを曲げ応力という。



33/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

第3章：梁の内力（曲げモーメントと曲げ応力）



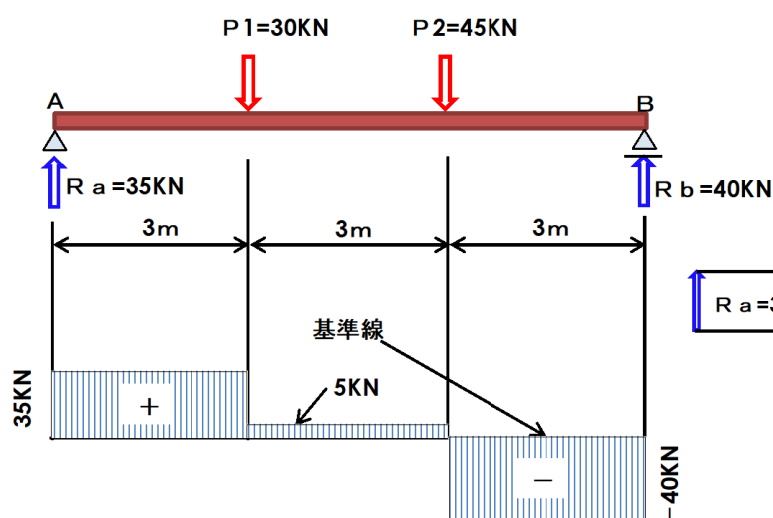
34/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

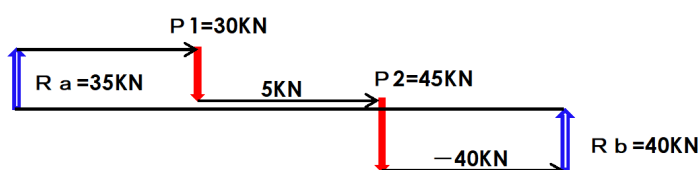
第3章：梁の内力（単純梁のせん断力とせん断力図）

せん断力は部材の軸直角方向の力であり、せん断力図は、梁に平行に引いた基準線の上側をプラス(+)、下側をマイナス(-)として表現した図である。

梁のせん断力図（集中荷重）



集中荷重が作用する場合のせん断力図

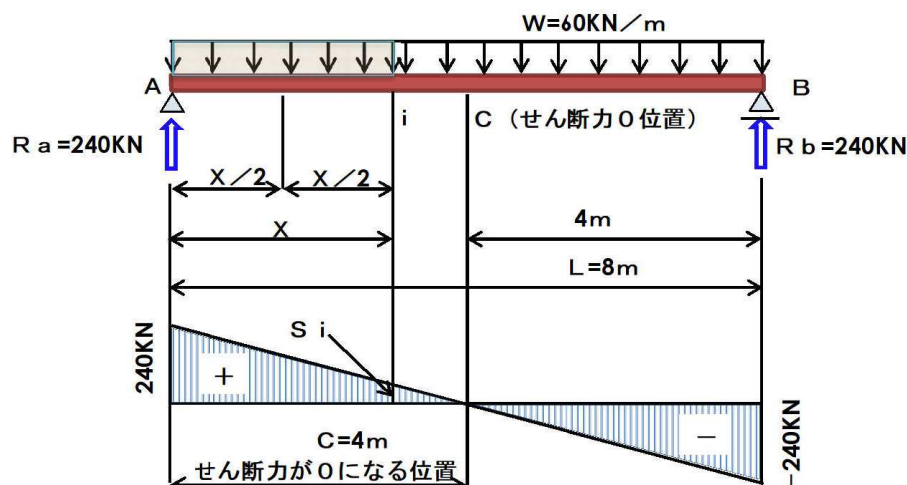


35/79

2026.Wako Design. co.,Ltd.

第3章：梁の内力（単純梁等分布荷重せん断力図）

点AからXの点をiとすると、Ai間の荷重は $p=W \cdot X[\text{kN}]$ となる。このとき、点iに生じるせん断力 S_i は、 $S_i=R_a-p=240-W \cdot X=240-60X$ となる。 $X=8\text{m}$ のとき、 $S_i=-240\text{kN}$
 $X=4\text{m}$ のとき、 $S_i=0\text{kN}$ となる。



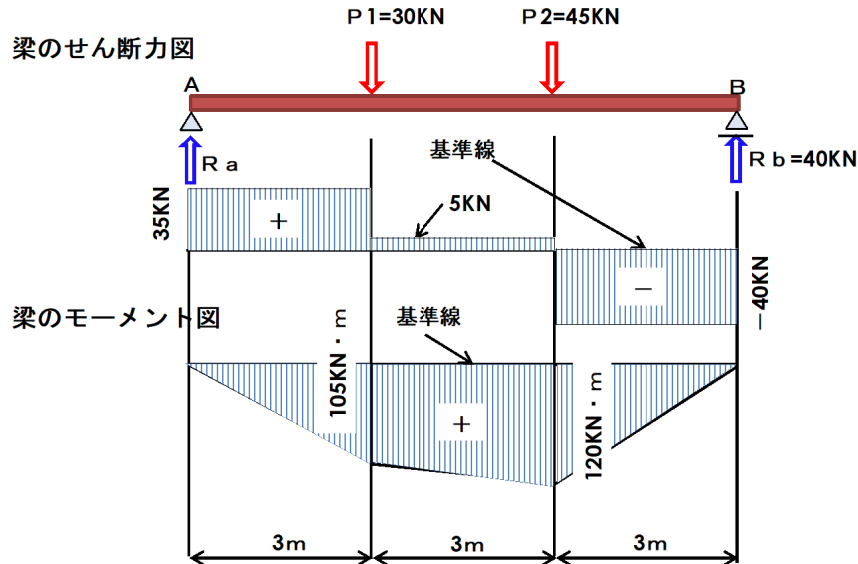
36/79

2026.Wako Design. co.,Ltd.

第3章：梁の内力（単純梁曲げモーメントとモーメント図）

曲げモーメントは梁が曲げ作用を受けている状態であり、
モーメント図は、梁に平行に引いた基準線の上側を負の曲げモーメント、下側を正の曲げモーメントとして表現した図である。

梁のせん断力図とモーメント図（集中荷重）

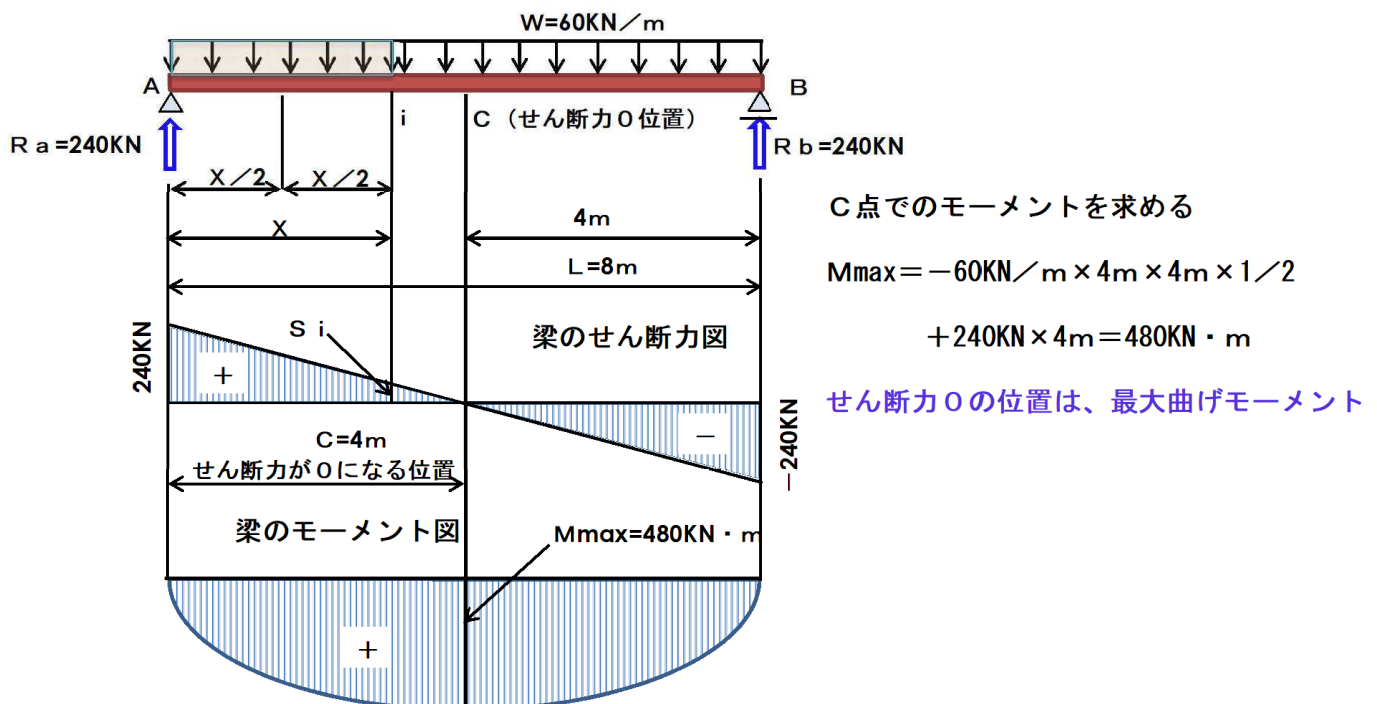


37/79

2026.Wako Design. co.,Ltd.

第3章：梁の内力（単純梁曲げモーメントとモーメント図）

梁のせん断力図とモーメント図（等分布荷重）



38/79

2026.Wako Design. co.,Ltd.

第3章：梁の内力（荷重とせん断力、曲げモーメントの関係）



種類	集中荷重	等分布荷重	等変分布荷重
荷重の作用状態			
せん断力図			
0 せん断力位置	C	$C = \frac{S_1}{S_1 + S_2} L$	$C = \sqrt{\frac{2 S_1 L}{W}}$
曲げモーメント図			

39/79

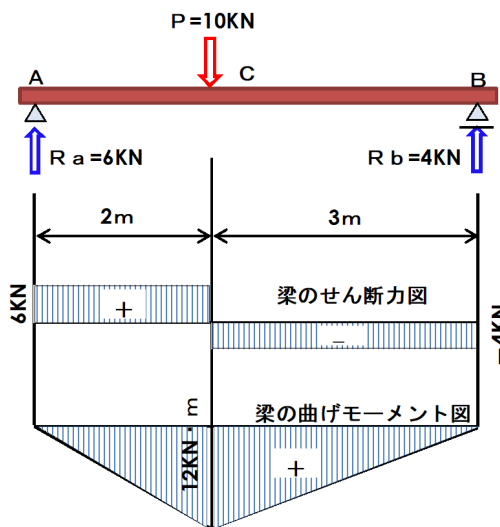
2026.Wako Design. co.,ltd.

第4章：梁を解く（単純梁を解く）



一つの集中荷重が作用する場合

- 反力の計算
支点Aの反力Raは、釣合いの3条件 $\sum M_{(B)} = 0$ から、
 $\sum M_{(B)} = 0$ から、 $Ra \times 5 - P \times 3$
ゆえに、 $Ra = (P \times 3) / 5 = (10 \times 3) / 5 = 6 \text{ KN}$
 $\sum M_{(A)} = 0$ から、 $P \times 2 - Rb \times 5$
ゆえに、 $Rb = (P \times 2) / 5 = (10 \times 2) / 5 = 4 \text{ KN}$
検算 $\sum V = Ra - P + Rb = 6 - 10 + 4 = 0$
- 軸方向力の計算
軸方向力は生じていない
- せん断力の計算
 $S_{ac} = Ra = 6 \text{ KN}$ $S_{cb} = Ra - P = 6 - 10 = -4 \text{ KN}$
- 曲げモーメントの計算
点A、C、Bに生じる曲げモーメントをMa、Mc、Mb とする。



$$Ma = Ra \times 0 = 6 \times 0 = 0 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

$$Mc = Ra \times 2 = 6 \times 2 = 12 \text{ KN} \cdot \text{m} \quad (\text{せん断力} 0 = \text{最大曲げモーメント})$$

$$Mb = Ra \times 5 - P \times 3 = 6 \times 5 - 10 \times 3 = 0 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

40/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

第4章：梁を解く（梁の構造形式による違い）

一つの集中荷重が作用する場合

梁の公式 同じ支間長で同じ荷重載荷条件（支間中央載荷）

載荷状態	せん断力, モーメント図	支点反力, せん断力	曲げモーメント	たわみ	最大たわみ
単純梁形式 		$R_A = R_B = \frac{P}{2}$ $S_1 = S_2 = \frac{P}{2}$	$M_1 = \frac{Px}{2} \quad (0 \leq x \leq \frac{l}{2})$ $M_c = \frac{Pl}{4}$	$y_1 = \frac{Pl^3}{16EI} \left(\frac{x}{l} - \frac{4}{3} \cdot \frac{x^3}{l^3} \right)$ $(0 \leq x \leq \frac{l}{2})$	$y_c = \frac{Pl^3}{48EI}$
両端固定梁形式 		$R_A = S_1 = \frac{P}{2}$ $R_B = -S_2 = \frac{P}{2}$	$M_1 = \frac{Pl}{2} \left(\frac{x}{l} - \frac{1}{4} \right)$ $(0 \leq x \leq \frac{l}{2})$ $M_A = M_B = -\frac{Pl}{8}$ $M_c = \frac{Pl}{8}$	$y_1 = \frac{Pl^3}{16EI} \left(\frac{x^2}{l^2} - \frac{4x^3}{3l^3} \right)$ $(0 \leq x \leq \frac{l}{2})$	$y_{max} = \frac{Pl^3}{192EI}$
片持ち梁形式 		$R_B = -S = P$	$M = -Px$ $M_{max} = -Pl$ $M_c = Pl/2$	$y = \frac{Pl^3}{6EI} \left(3 \frac{x'^2}{l^2} - \frac{x'^3}{l^3} \right)$	$y_A = \frac{Pl^3}{3EI}$

支間中央にP荷重載荷

同じ梁構造でも梁形式の違いによって、梁に作用する曲げモーメントが異なる。上記の3つの形式を比べた場合、両端固定梁形式が最も小さくなる。

41/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

第4章：梁を解く（単純梁を解く）

1. 反力の計算

等分布荷重を集中荷重に換算する。 $P_2 = 50 \times 6 = 300 \text{ KN}$
 支点Aの反力、 R_a 、 R_b は、釣合い条件 $\sum M_{(A)}$ 、 $\sum M_{(B)} = 0$ から、

$$R_a = (P_1 \times 8 + P_2 \times 3) / 10 = (100 \times 8 + 300 \times 3) / 10 = 170 \text{ KN}$$

$$R_b = (P_1 \times 2 + P_2 \times 7) / 10 = (100 \times 2 + 300 \times 7) / 10 = 230 \text{ KN}$$

2. 軸方向力の計算

軸方向力は生じていない

3. せん断力の計算

$$S_{ac} = R_a = 170 \text{ KN} \quad S_{cd} = R_a - P_1 = 170 - 100 = 70 \text{ KN}$$

Sdb間において、点DからXの点のせん断力 S_x は、Dx間の荷重が、 $50x$ であるので、 $S_x = R_a - P_1 - 50x$ となる。
 すなわち、 $S_x = 70 - 50x$ となる。 $S_x = 0$ となるXは、
 $X = 70 / 50 = 1.4 \text{ m}$ となる。
 つまり、D点から1.4mの位置でせん断力が0になる。
 $X = 6 \text{ m}$ とすると、 $S_b = 70 - 50 \times 6 = -230 \text{ KN}$ となる。

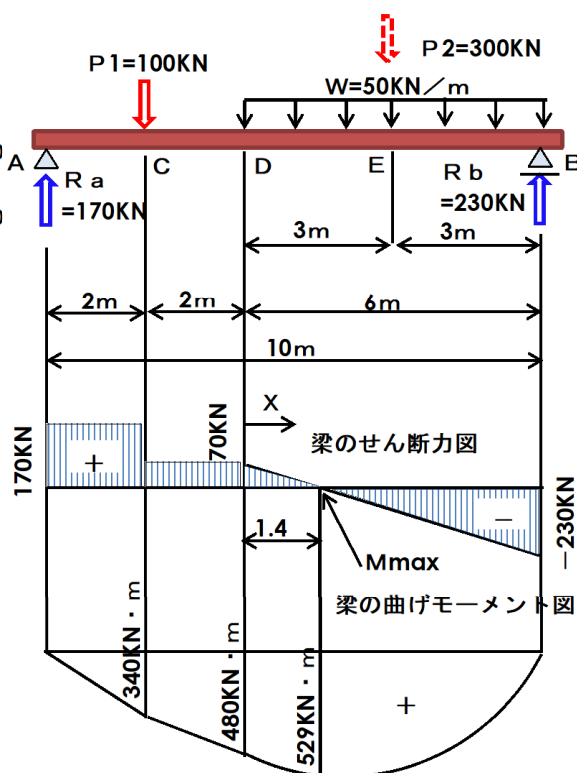
4. 曲げモーメントの計算

$$M_a = R_a \times 0 = 170 \times 0 = 0 \text{ KN} \cdot \text{m} \text{ また、 } M_b = 0 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

$$M_c = R_a \times 2 = 170 \times 2 = 340 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

$$M_d = R_a \times 4 - P_1 \times 2 = 170 \times 4 - 100 \times 2 = 480 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

$$M_{max} = 170 \times (4 + 1.4) - 100 \times (2 + 1.4) - (1.4 \times 50) \times 1.4 / 2 = 529 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

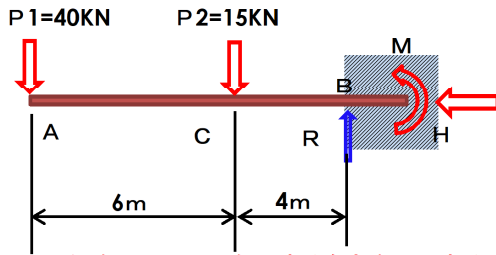


42/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

集中荷重が作用する場合

片持梁の反力



梁を上に向ししようとする向きを-とすると、 $-40 \times 10 - 15 \times 4 - Mb + Rb \times 0 + Hb \times 0 = 0$

すなわち、 $Mb = -460 \text{ kN} \cdot \text{m}$

1. 反力及び曲げモーメントの計算

水平方向には荷重は作用しないとして、水平反力 $Hb = 0$

支点Bの反力 Rb は、釣合いの3条件 $\sum V = 0$ から、

$$\sum V = -40 - 15 + Rb = 0 \quad \text{よって、} Rb = 55 \text{ kN}$$

支点Bの反力 Mb は、釣合いの3条件 $\sum M_{(B)} = 0$ から、

$$Mc = -40 \times 6 - 15 \times 0 = 240 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

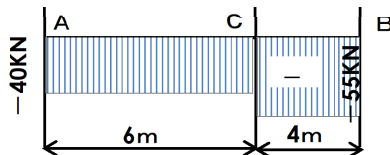
2. セン断力の計算

梁の微小部分を反時計回りに回転させようとする場合を-とする。

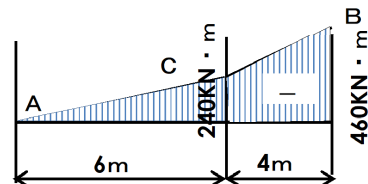
$$Sac = P1 = -40 \text{ kN}$$

$$Scb = P1 - P2 = -40 \text{ kN} - 15 \text{ kN} = -55 \text{ kN}$$

梁のせん断力図



梁の曲げモーメント図



43/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

第4章：梁を解く（片持梁を解く）

分布荷重が作用する場合

1. 反力及び曲げモーメントの計算

水平方向には荷重は作用しないとして、水平反力 $Hb = 0$

$$\sum V = 0 \text{ から、} -10 \times 6 + Rb = 0$$

ゆえに、 $Rb = 60 \text{ kN}$

$$\sum M_{(B)} = 0 \text{ から、} -10 \times 6 \times (6/2 + 4) - Mb = 0$$

すなわち、 $Mb = -420 \text{ kN} \cdot \text{m}$ （梁を上に向ししようとする向きを-とする）

$Mc = -10 \times 6 \times 6/2 = -180 \text{ kN} \cdot \text{m}$ （ $6 = X$ ：Aからの距離をXの関数とすると、曲げモーメントは二次曲線）

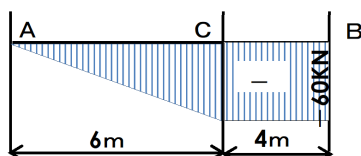
2. セン断力の計算

梁の微小部分を反時計回りに回転させようとする場合を-とする。

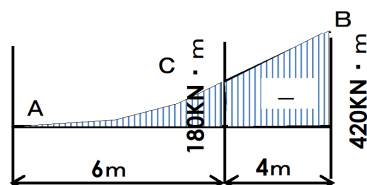
$$Sa = -0 \text{ kN}$$

$$Scb = -10 \times 6 = -60 \text{ kN}$$

梁のせん断力図



梁の曲げモーメント図



44/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

第5章：梁に生じる応力（梁部材断面の性質）



断面一次モーメントと図心

1. 定義 図 6.1 において、 dA を断面内の微小面積とすれば、任意に設けられた直交座標に対し、 $dA \cdot y$ を x 軸に関する dA の 1 次モーメント、 $dA \cdot x$ を y 軸に関する dA の 1 次モーメントという。このような量を断面全体について積分したものを断面 1 次モーメント (geometrical moment of area) という。すなわち、

$$G_x = \int_A y dA, \quad G_y = \int_A x dA \quad (6.1)$$

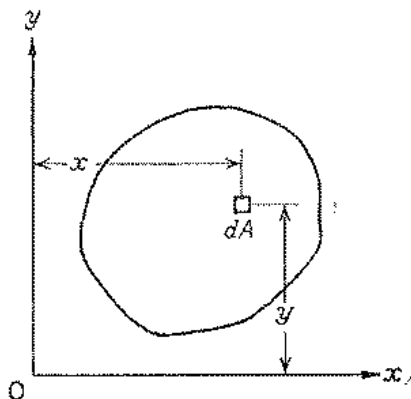


図 6.1

45/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

第5章：梁に生じる応力（梁部材断面の性質）



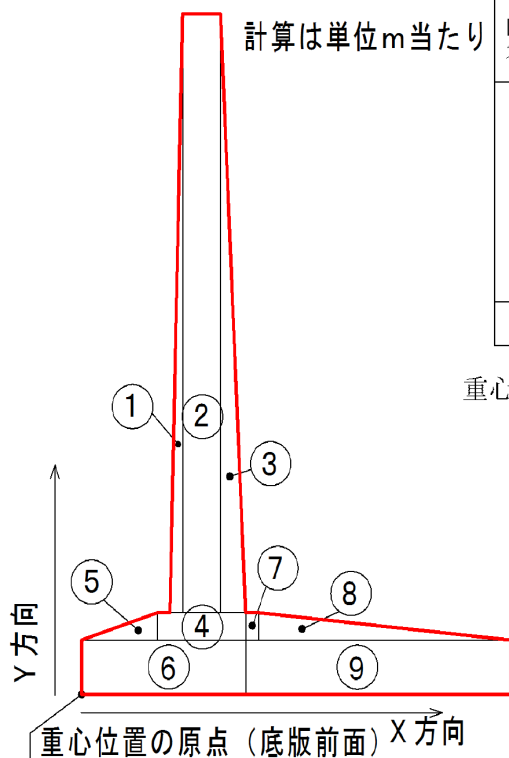
安定計算 躯体の重心位置の求め方

単位は m^3

計算は単位m当たり

区分	計算式 幅 × 高さ	面積 N_i (m^2)	重心位置(m)		$N_i \cdot X_i$	$N_i \cdot Y_i$
			X_i	Y_i		
1	$1/2 \times 0.100 \times 4.400$	0.220	0.767	2.067	0.169	0.455
2	0.300×4.400	1.320	0.950	2.800	1.254	3.696
3	$1/2 \times 0.200 \times 4.400$	0.440	1.167	2.067	0.513	0.909
4	0.700×0.200	0.140	0.950	0.500	0.133	0.070
5	$1/2 \times 0.600 \times 0.200$	0.060	0.400	0.467	0.024	0.028
6	1.300×0.400	0.520	0.650	0.200	0.338	0.104
7	0.100×0.200	0.020	1.350	0.500	0.027	0.010
8	$1/2 \times 2.000 \times 0.200$	0.200	2.067	0.467	0.413	0.093
9	2.100×0.400	0.840	2.350	0.200	1.974	0.168
Σ		3.760	—	—	4.845	5.533

$$\begin{aligned} \text{重心位置 } XG &= \frac{\Sigma N_i \cdot X_i}{\Sigma N_i} = \frac{4.845}{3.760} = 1.289 \text{ (m)} \\ YG &= \frac{\Sigma N_i \cdot Y_i}{\Sigma N_i} = \frac{5.533}{3.760} = 1.472 \text{ (m)} \end{aligned}$$



断面1次モーメント

X軸から対象とする図形の図心距離Yとの積、Y軸から対象とする図形の図心距離Xとの積を全面積について寄せ集めたものを、この平面形のX軸及びY軸に関する「断面1次モーメント」という。

46/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

第5章：梁に生じる応力（梁部材断面の性質）

断面二次モーメント

一般に、部材は断面積が大きくなると変形しにくくなる。また、同じ断面積でもその形状によって部材の性質は異なる。特に、曲げ作用については断面形状の影響が大きい。その断面の性質を最も表すのが、**断面二次モーメント**である。

定義 図 6.1 において、

H(高さ)が大きい程、Iが大きくなる

$$I_x = \int_A y^2 dA, \quad I_y = \int_A x^2 dA$$

を、それぞれ、 x, y 軸に関する断面 2 次モーメント (geometrical moment of inertia), あるいは、慣性モーメント (moment of inertia) という。上式より明らかなように、断面 2 次モーメントは常に正である。

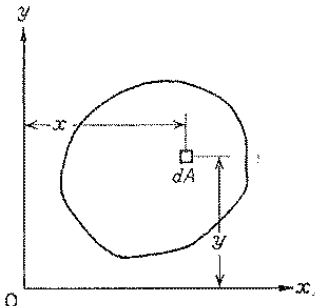


図 6.1

図形	断面積 A	図示の軸より縁に至る距離 y_0	図示の軸にかんする断面二次モーメント I	図示の軸にかんする断面係数 W	図示の軸にかんする回転半径 r
長方形	bh	$y_0 = \frac{h}{2}$	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{bh^2}{6}$	$\frac{h}{\sqrt{12}} = 0.289h$
中空長方形	$BH - bh$	$y_0 = \frac{H}{2}$	$\frac{BH^3 - bh^3}{12}$	$\frac{BH^3 - bh^3}{6H}$	$\sqrt{\frac{BH^3 - bh^3}{12(BH - bh)}}$
円	$\frac{\pi}{4} d^2 = 0.785 d^2$	$y_0 = \frac{d}{2}$	$\frac{\pi d^4}{64} = 0.0491 d^4$	$\frac{\pi d^3}{32} = 0.0982 d^3$	$\frac{d}{4}$

47/79

2026.Wako Design. co., Ltd.

第5章：梁に生じる応力（梁部材断面の性質）

回転半径(断面2次半径)、断面係数

断面 2 次半径 任意の軸に関する断面 2 次モーメントを断面積で除した商の平方根を、その軸に関する断面 2 次半径、または、**回転半径 (radius of gyration of area)** といい、 r で表わす。 I_x を x 軸に関する断面 2 次モーメント、 A を断面積とすれば、

$$r_x = \sqrt{I_x / A}$$

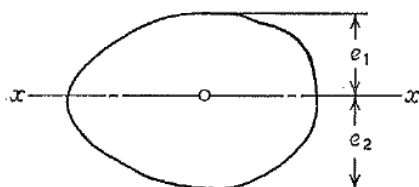


図 6.9

上式 を変形すると、 $I_x = r_x^2 \cdot A$ となる。

すなわち、 x 軸に関する断面 2 次モーメント I_x は、 x 軸より r_x なる距離に全断面積 A が集中して存在したものと考えた時の断面 2 次モーメントに等しい。

同様に、この断面の y 軸に関する断面 2 次モーメントを I_y 、断面 2 次半径を r_y とすれば、

$$r_y = \sqrt{I_y / A} \quad \text{あるいは} \quad I_y = r_y^2 A$$

断面係数 図 6.9 において、重心を通る軸に関する断面 2 次モーメント I を、その軸から上下最遠両端までの距離、すなわち、縁距離 e_1, e_2 で除した商を、その軸に関する断面係数 (modulus of section, section modulus) といい、通常、 W_1, W_2 で表わす。

$$W_1 = I / e_1 \quad W_2 = I / e_2$$

48/79

ako Design. co., Ltd.

第5章：梁に生じる応力（梁部材断面の性質）

回転半径(断面2次半径)の役割

回転半径(断面2次半径)は、「座屈の起きやすさ」に係する諸量であり、回転半径が大きいほど、座屈が起きにくいことを意味します。座屈の起きやすさは、細長比(座屈長さ／回転半径)で表します。

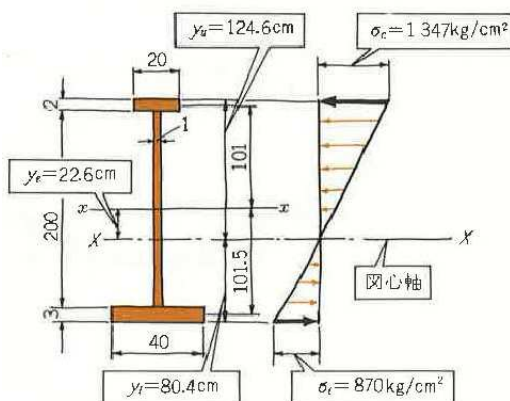
断面係数の役割

断面係数は、部材の強さに係する諸量です。断面係数の式からも理解できるように、部材の断面積が同じ場合、検討断面方向の部材高が高い方が部材が強くなります。

49／79

2026.Wako Design. co.,ltd.

第5章：梁に生じる応力（梁部材断面の性質）



	寸法 b×t	断面積 A=b×t	(腹板の中心からの) 距離 y	断面一次モーメント Q=Ay	断面二次モーメント I=Ay²	各断面の図心に関する断面二次	断面二次
上フランジ	20×2	40	101	4040	408040	—	408040
腹板	1×200	200	0	0	0	1×200³/12 =666666	666666
下フランジ	40×3	120	-101.5	-12180	1236270	—	1236270
合計		360		-8140	1644310	666666	2310976

yは下側を負とする点に注意

Y²で1は正となる

フランジ断面の自己の図心軸に関する断面二次は省略出来るほど程小さい

y₀の方向が明らかなので符号は省略

上図は、鋼桁に下凸の曲げモーメント(23,000,000kg・cm=230t・m=2300KN・m)が作用している作図です。

	計算式	計算値	結果
図心軸	$y_0 = Q/A$	$= 8140/360 = 22.6$	22.6cm
上縁距離	$y_u = h/2 + t_u + y_0$	$= 100 + 2 + 22.6 = 124.6$	124.6cm
下縁距離	$y_l = h/2 + t_l - y_0$	$= 100 + 3 - 22.6 = 80.4$	80.4cm
断面二次モーメント	$I_x = I_x + Ay_0^2$	$= 2310976 - 360 \times 22.6^2 =$	2127102cm⁴
上断面係数	$W_u = I_x / y_u$	$= 2127102 / 124.6 =$	17071cm³
下断面係数	$W_l = I_x / y_l$	$= 2127102 / 80.4 =$	26456cm³
上縁応力度	$\sigma_u = M / W_u$	$= 23000000 / 17071 =$	1347kg/cm²
下縁応力度	$\sigma_l = M / W_l$	$= 23000000 / 26456 =$	870kg/cm²
抵抗モーメント	$M_r = \sigma_a \cdot W_u$	$= 1400 \times 17071 =$	238t・m

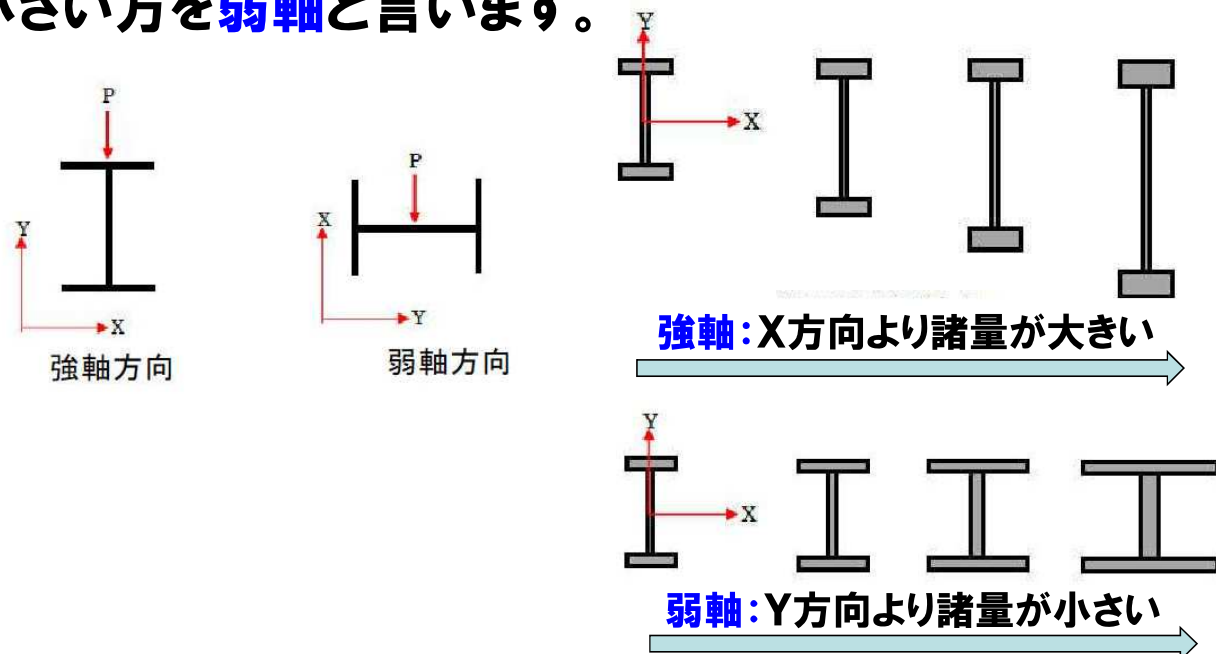
50／79

2026.Wako Design. co.,ltd.

第5章：梁に生じる応力（梁部材断面の性質）

強軸と弱軸

部材は方向によって、強さが違います。断面2次モーメント、断面係数、回転半径が大きい方向を**強軸**と言い、諸量が小さい方を**弱軸**と言います。



51/79

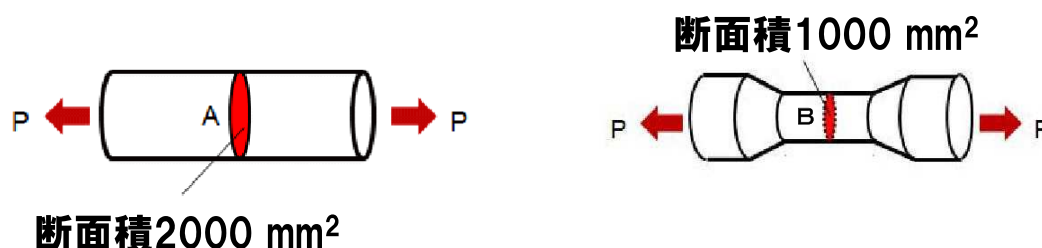
2026.Wako Design. co.,Ltd.

第5章：梁に生じる応力（梁の曲げ応力）

梁に曲げモーメントが作用した時の**応力**の発生と、**応力分布**について考える。

応力とは？

物体に外から力が加わった場合の内力を、**応力**と呼ぶ。つまり、外力に対して、部材が内部から応じる力である。そのため、 $\Sigma \text{外力} = \Sigma \text{応力}$ となる。

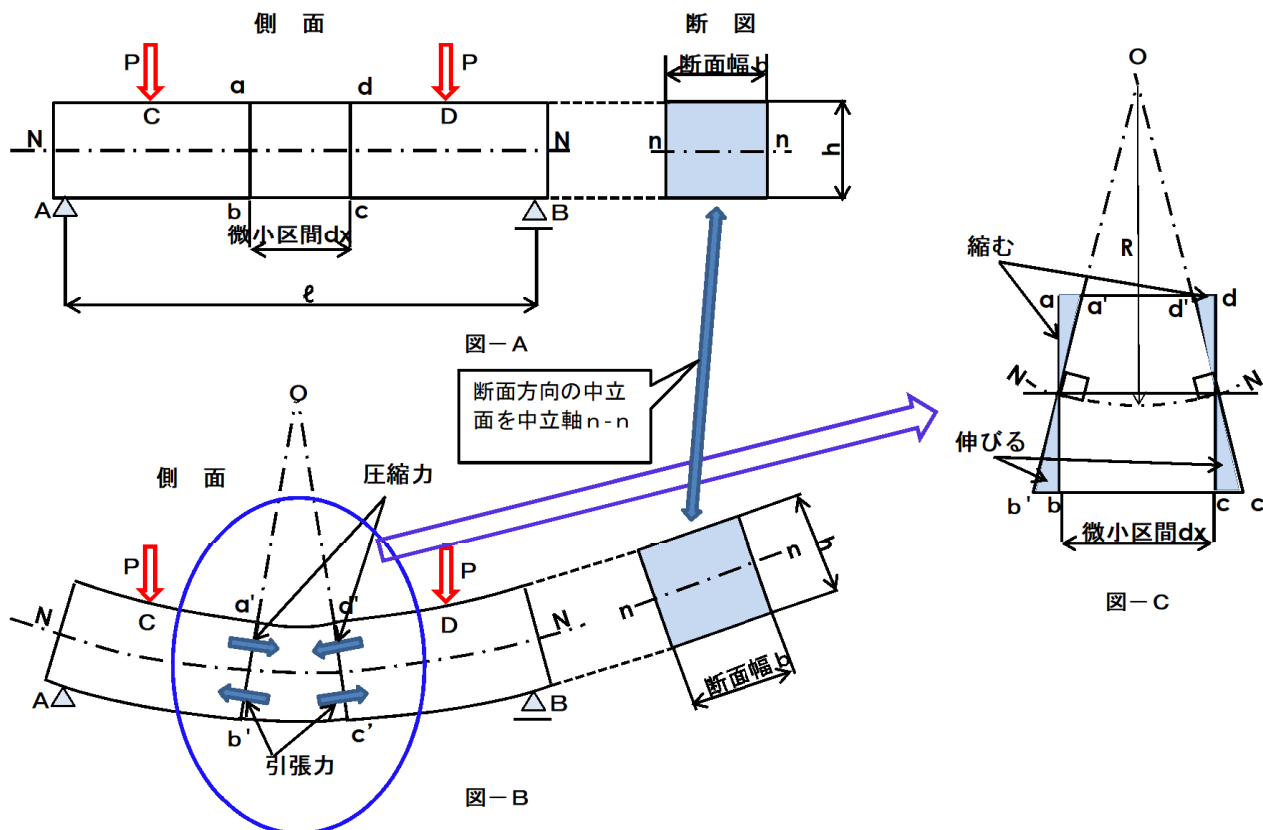


上記の状態で、 $P = 100\text{KN}$ とすると、A点では、 $100000 / 2000 = 50\text{N/mm}^2$ 、B点では、 $100000 / 1000 = 100\text{N/mm}^2$ の応力度が発生する。

52/79

2026.Wako Design. co.,Ltd.

梁の曲げ応力



53/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

第5章：梁に生じる応力（梁の曲げ応力）

図-Aで荷重 P が単純梁に作用すると、 CD 間は曲げモーメントが発生する。この時、梁の断面の上側には圧縮力が発生し、下側には引張力が発生する。この時、梁は図-Bに示すように、下に凸型に変形する。ここで、図-Cに示すように、 CD 間で微小区間 dx の変形を考える。上側は圧縮力により縮み、下側は引張力によって伸びる。

変形が微小である場合、図-Aの変形前に示す $N-N$ 軸に垂直であった梁の断面は、図-Bに示す変形後も平面を保ち、図-Bの $N-N$ 曲線に垂直であると考ええる。（これを**平面保持の法則**、と言う）よって、上面と下面の間に圧縮応力や引張応力を受けない面が発生する。この面を**中立面**といい、 $N-N$ で表す。**中立面**は、曲げモーメントによって伸縮しない。また、梁の断面と**中立面**の交線を**中立軸**とをいい、 $n-n$ で表す。**中立軸**も圧縮と引張を受けない軸である。

部材断面には、変形（ひずみ： ε ）に比例した応力が発生する。図-Bの単純梁には、曲げモーメント M により微小区間 dx には、図-Cに示す曲率半径 R で下に凸に変形する。このときの部材の弾性係数を E として、曲げモーメント M と**中立軸**からの距離 y の部材断面に発生する応力 σ の関係を整理する。

54/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

第5章：梁に生じる応力（梁の曲げ応力）



弾性係数Eについて(応力-ひずみ曲線)

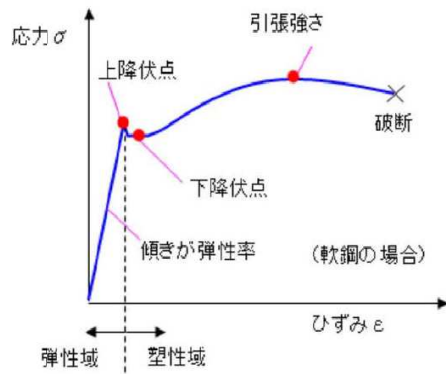


図 鋼材・応力-ひずみ曲線

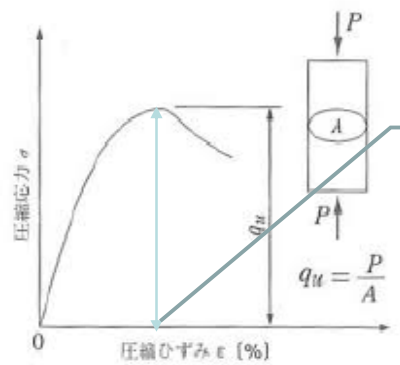


図 コンクリート応力-ひずみ曲線

コンクリートの場合は、一般に0.2%のひずみでピークを迎える。

基本事項

弾性係数Eとは、 $E = \sigma / \epsilon = P / A / \Delta L$ (変形した部材長さ) / L (元部材長)

即ち、 $\sigma = E \cdot \epsilon$ となる。

つまり、弾性係数E (弾性率) を比例定数として、降伏点までは比例関係が成立する。

これを、「フックの法則」という。

55 / 79

2026.Wako Design. co.,ltd.

第5章：梁に生じる応力（梁の曲げ応力）

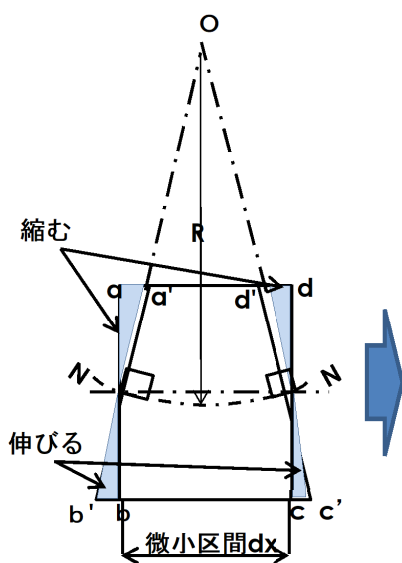


図-C

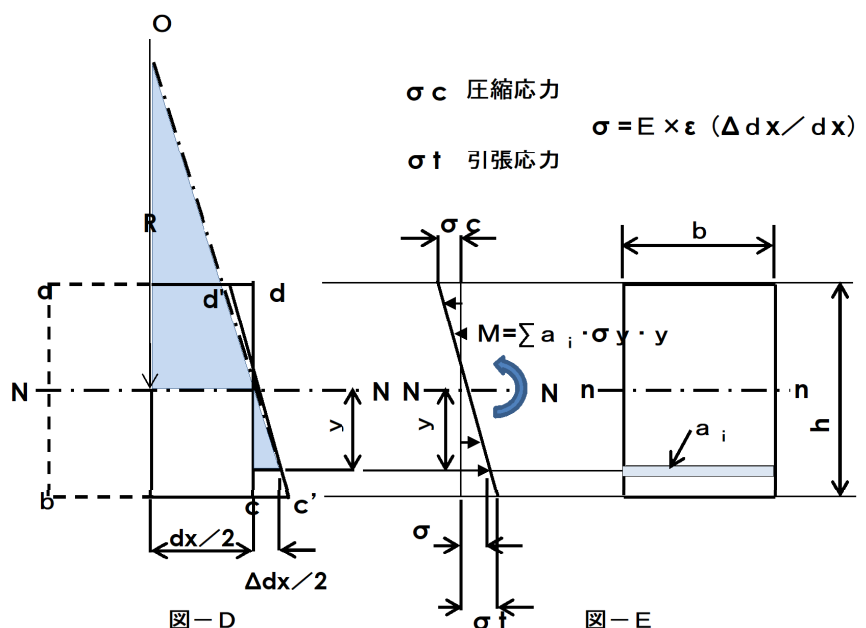


図-D

図-E

56 / 79

2026.Wako Design. co.,ltd.

第5章：梁に生じる応力（梁の曲げ応力）



図-Eにおいて、**中立軸** $n-n$ から y の位置の微小長方形の面積 a_i に応力 σy が発生したと考える。

$a_i \sigma y$ は、微小長方形 a_i に発生した内力であり、**中立軸** $n-n$ に対する力のモーメント $\Delta M = (a_i \sigma y) y$

が発生する。この内力のモーメントを全断面にわたって合計したものが、曲げモーメントによって発生した

偶力のモーメントに等しい。したがって、 $M = \sum \Delta M_i = \sum (a_i \sigma y) y$ -①式 となる。

図-Dにおいて、着色した二つの三角形は相似形であり、前出の「応力-ひずみ曲線」から、下記の式が成り立つ。

$$\sigma = E \cdot \varepsilon = E \cdot \Delta dx / dx = E \cdot y / R \quad \text{②式} \quad \text{式②を式①に代入すると、} \quad \left(\sigma \cdot R = E \cdot y \rightarrow \sigma = \frac{E \cdot y}{R} \right)$$

$$M = \sum (a_i \sigma y) y = \sum a_i (E \cdot y / R) y = \frac{E}{R} \sum a_i y^2 = EI / R \quad \text{③式となる。}$$

$$\sum a_i y^2 = I \quad (\text{中立軸における断面二次モーメント})$$

$$\text{②式と③式から } R \text{ を消去すれば、} M = \frac{EI}{R} = \frac{EI}{\frac{E \cdot y}{\sigma}} \quad \text{④式となる。} \quad \left(M = E \cdot I \frac{\sigma}{E \cdot y} = \frac{I \cdot \sigma}{y} \right)$$

即ち、**中立軸** から y の距離の位置の応力を求められる式となる。

$$\text{④式から応力 } \sigma \text{ に変換すると、} \sigma = \frac{M \cdot y}{I} \quad \text{⑤式 となる。⑤式から、} y \text{ が最大、つまり梁の上下で最大応力}$$

となることがわかる。

ここだけ覚えて下さい

ここで、 Z （断面係数） $= I / y$ であることを学んでいるので、 $1 / Z = y / I$ 即ち、 $\sigma = M / Z$ -式⑥となる。

57/79

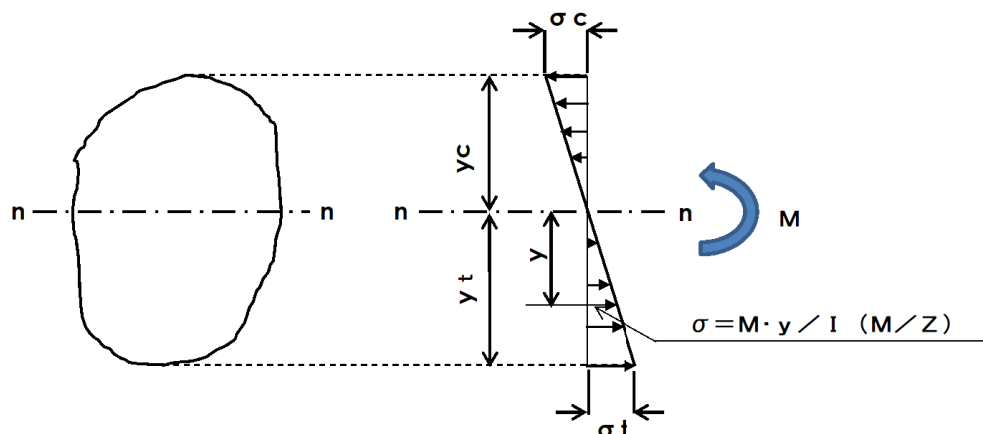
2026.Wako Design. co.,ltd.

第5章：梁に生じる応力（曲げ応力の分布）



下図に示すように、部材の軸方向の変形は直線的である。**フックの法則**から、それとともなって発生する応力も変形の大きさに比例して変化する。

すなわち、曲げモーメントが作用する任意の断面には、**中立軸**を原点として、高さ y 方向に直線的に応力が分布すると考える。



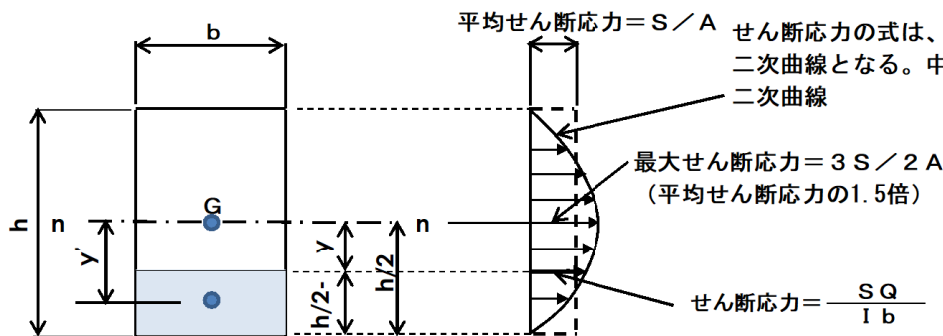
58/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

第5章：梁に生じる応力（せん断応力の分布）



長方形断面の最大せん断応力は、平均せん断応力の1.5倍となる。



梁のせん断応力分布の考え方
(水路を流れる水流と似た性質=せん断流による考え方で、鋼部材のせん断応力の設計で用いられることが多い)

ここで、 S ：せん断力

Q ：中立軸 $n-n$ の断面一次モーメント

I ：中立軸 $n-n$ の断面二次モーメント

A ：部材断面積（部材幅×有効高）

○ $x=0$ の位置に対して、

$$\tau = \frac{S}{b \cdot d} = \frac{14.82 \times 10^3}{100 \times 33} = 4.5 \text{ kg/cm}^2 < \tau_{ca} = 3.6 \times 2 = 7.2 \text{ kg/cm}^2$$

○ $x=2d$ の位置に対して、

$$\tau = \frac{S'}{b \cdot d} = \frac{10.36 \times 10^3}{100 \times 33} = 3.1 \text{ kg/cm}^2 < \tau_{ca} = 3.6 \text{ kg/cm}^2$$

以上、頂版の左端に対する部材断面の計算方法について記述したが、他の照査位置に対しても同様に行う。

その結果を表-5.2に示す。

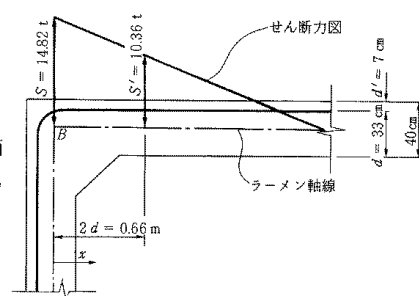


図-5.12 頂版のせん断力

コンクリートのせん断応力度は平均せん断応力度として算出する。この

せん断応力度は、図-5.12に示す照査位置(x)に応じて次式で割増(α)する。

$$\alpha = 2 - \frac{x}{2d} \quad (\text{但し, } 1 \leq \alpha \leq 2.0)$$

なお、本例では、 $x=0$ ($\alpha=2$)と $x=2d$ ($\alpha=1$)の位置について行う。

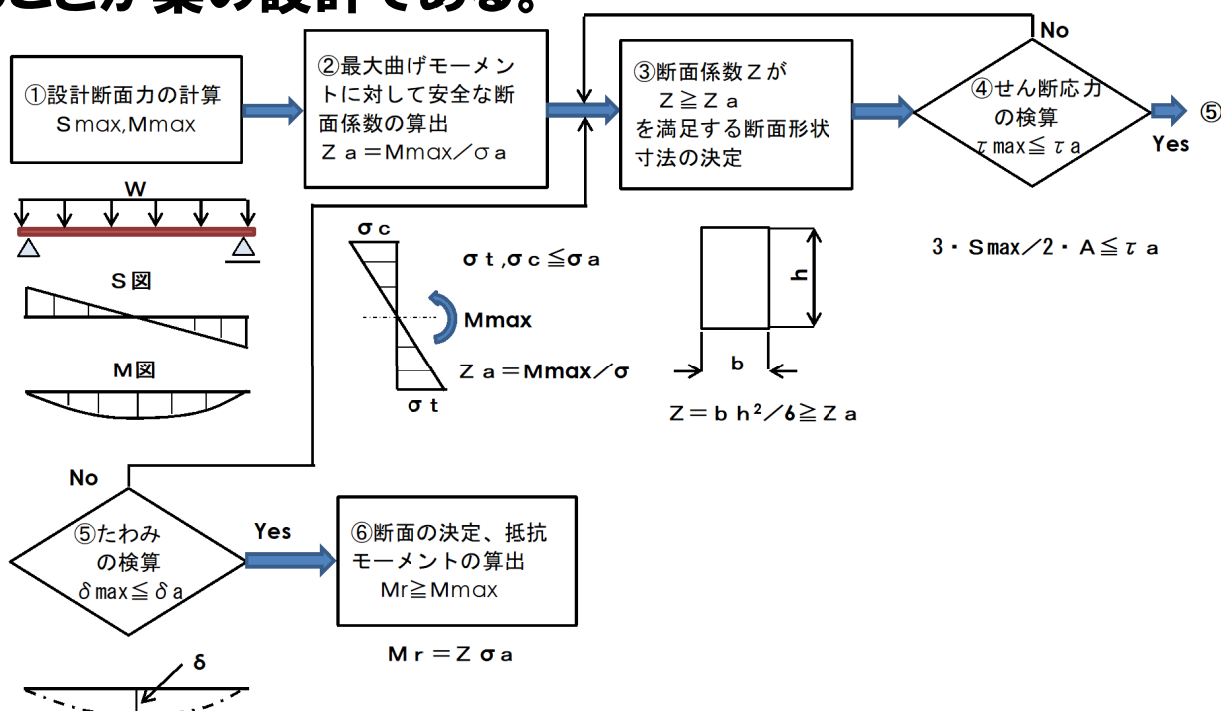
59/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

第5章：梁に生じる応力（梁の設計）



梁の荷重が作用すると、部材断面には曲げ応力とせん断応力が発生する。これらの応力に対して安全な断面を求めることが梁の設計である。

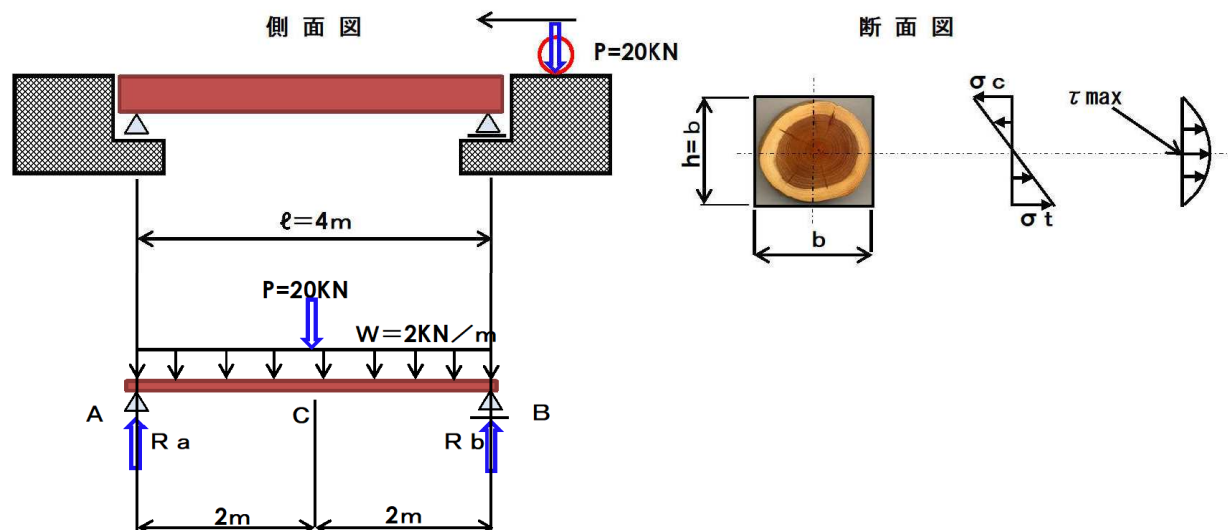


60/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

下図に示すように、支間長4mの木の単純梁に自重を含めて $W=2\text{KN/m}$ の等分布荷重と、 $P=20\text{KN}$ の荷重が作用する時の梁の断面寸法を検討する。

但し、木の許容曲げ応力度 $\sigma_a=10\text{N/mm}^2$ 、許容せん断応力度 $\tau_a=1.0\text{N/mm}^2$ とする。 P 荷重は移動する。



61/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

第5章：梁に生じる応力（梁の設計計算）



1. 設計断面力（ $S_{\max}$, $M_{\max}$ ）

最大せん断力 $S_{\max}$ は、 P 荷重が、支点A及びB上にある時に発生する。

側面図から、 $S_{\max}=W \cdot \ell / 2 + P = (2 \times 4) / 2 + 20 = 24\text{KN} = 24,000\text{N}$

最大曲げモーメント $M_{\max}$ は、 P 荷重が支間中央C点上にあるときであるから、点Cに発生する、曲げモーメントは
 $M_{\max}=W \cdot \ell^2 / 8 + P \cdot \ell / 4 = (2 \times 4^2) / 8 + 20 \times 4 / 4 = 24\text{KN} \cdot \text{m} = 2.4 \times 10^7 \text{N} \cdot \text{mm}$

2. 必要断面係数（ Z_a ）の計算

$$Z_a = \frac{M_{\max}}{\sigma_a} = 2.4 \times 10^7 / 10 = 2.4 \times 10^6 \text{mm}^3$$

次元大事

$$\frac{\text{N} \cdot \text{mm}}{\text{N/mm}^2} = \text{mm}^3$$

3. 断面寸法の仮定

一辺 b の正方形断面を仮定すると、一辺 b の正方形断面の断面係数 Z は下記となる。

$$Z = \frac{b h^2}{6} = b^3 / 6 \geq 2.4 \times 10^6 \text{mm}^3 \quad \text{すなわち、} b \geq \sqrt[3]{1.44 \times 10^7}, b \geq 243\text{mm} \quad \text{となる。}$$

よって、 $b=250\text{mm}$ と仮定する。

4. せん断応力に対する検算

仮定断面の断面積 $A=b \times b=250 \times 250=6.25 \times 10^4 \text{mm}^2$ 最大せん断応力度 $S_{\max}=24,000\text{N}$ であるので、

$$\tau_{\max} = \frac{3 \cdot S_{\max}}{2 \cdot A} = 3/2 \times (2.4 \times 10^4) / (6.25 \times 10^4) = 0.58\text{N/mm}^2 \leq \tau_a \text{となり問題なし。}$$

5. たわみ量の計算

省略する。

6. 断面決定、抵抗モーメントの算出

断面を 250×250 と決定する。

$$M_r = Z \sigma_a = \frac{b h^2}{6} \times \sigma_a = (250 \times 250^2) / 6 \times 10 = 2.6 \times 10^7 \text{N} \cdot \text{mm} \geq M_{\max}$$

62/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

第5章：梁に生じる応力（断面係数の大きな断面）



抵抗モーメントは断面係数に比例して大きくなることから、断面係数の大きな断面ほど、曲げに対して強い断面となる。直径dの丸太材料から長方形の梁を加工する場合、最も断面係数が大きくなる形状を検討する。

右の図において、bとhの関係は、ピタゴラスの定理により下記となる。

$$d^2 = b^2 + h^2 \quad \text{すなわち、} h^2 = d^2 - b^2 \quad \text{---①式}$$

上記①式に、 $Z = b h^2 / 6$ を代入すると、下記となる。

$$Z = \frac{b (d^2 - b^2)}{6} \quad (0 < b < d)$$

この式は、bに関する3次関数となる。グラフに描くと、右図のグラフとなる。

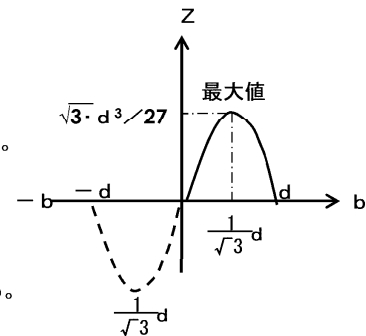
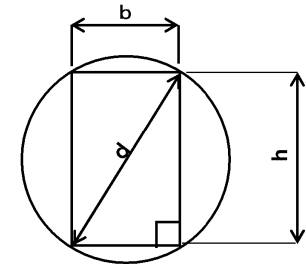
右グラフのように、Zの最大値は、 $b = \frac{1}{\sqrt{3}}d$ である。

この時のhは、 $h^2 = d^2 - b^2 = d^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}d\right)^2 = d^2 - d^2/3 = 2d^2/3$ となる。

$$\text{よって、} h = \sqrt{\frac{2}{3}}d = \frac{\sqrt{6}}{3}d$$

したがって、最も断面係数が大きくなる断面は、幅と高さの比が下記の通りとなる。

$$b : h = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}d}{\frac{\sqrt{6}}{3}d} = 1 : \sqrt{2}$$



63/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

第6章：応力と材料の強さ（軸方向応力とひずみ）



部材に外力が作用すると、部材内部には応力が発生し、部材の寸法が変化する。応力と変形の関係(フックの法則)を整理。

1. ひずみ

右の図面に示すように、断面積A「㎡」の部材に軸方向力P「N」

が作用すると、部材内部の軸方向応力は下記となる。

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad \text{「N/㎡」}$$

また、この時、部材の元の長さlに対する伸び量Δlの割合をひずみ

といい、εで表す。

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

上記のように、ひずみの単位は無次元である。

2. フックの法則

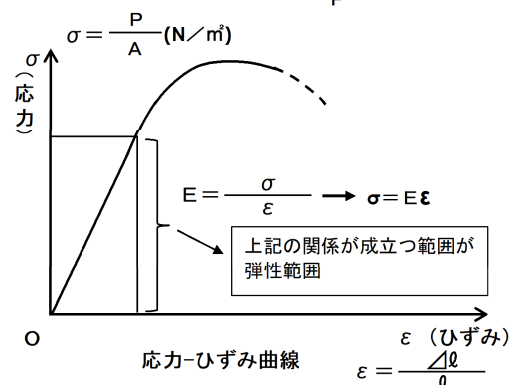
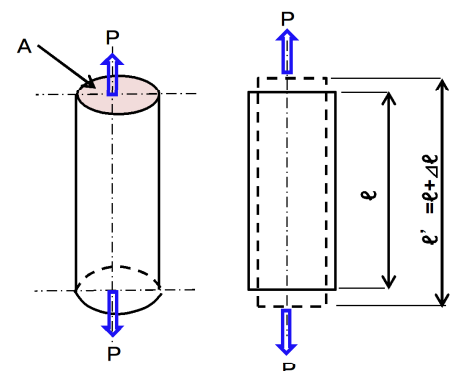
鋼材などでは軸方向応力とひずみには、ある範囲内で比例の

関係が成立する。これをフックの法則（ $\sigma = E \varepsilon$ ）という。

この時の比例定数 E を弾性係数といい、材料固有の値である。

$$\sigma = \frac{P}{A} = E \varepsilon = E \frac{\Delta l}{l} \quad \Delta l = \frac{P l}{E A}$$

すなわち、弾性係数が大きい方の材料が、変形量Δlが少ない。



64/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

第6章：応力と材料の強さ（各材料の弾性係数）



表-3.3.1 鋼材の物理定数

鋼 種	物理定数の値
鋼 及 び 鋳 鋼 の ヤ ン グ 係 数	$2.0 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$
PC鋼線、PC鋼より線、PC鋼棒のヤング係数	$2.0 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$
鋳 鉄 の ヤ ン グ 係 数	$1.0 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$
鋼 の せん断弾性係数	$7.7 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$
鋼 及 び 鋳 鋼 の ポアソン比	0.30
鋳 鉄 の ポアソン比	0.25

表-3.3.3 コンクリートのヤング係数(N/mm²)

設計基準強度	21	24	27	30	40	50	60
ヤング係数	2.35×10^4	2.5×10^4	2.65×10^4	2.8×10^4	3.1×10^4	3.3×10^4	3.5×10^4

表-解 3.3.1 高強度コンクリートのヤング係数 (N/mm²)

コンクリートの設計基準強度	70	80
ヤング係数	3.7×10^4	3.8×10^4

木 材	3,900 ~ 11,000
-----	----------------

65/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

第6章：応力と材料の強さ（ポアソン比）



フックの法則では、長さ l の部材を引っ張ると軸方向に Δl だけ

伸びることを学んだ。これと同時に、右図に示すように、

軸直角方向に縮んでいる。

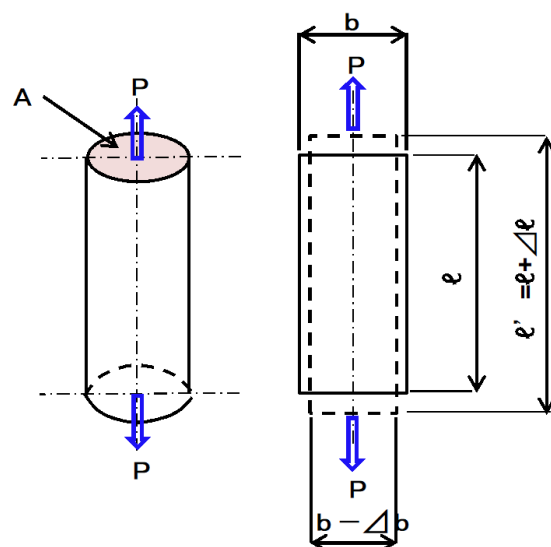
この時、軸方向ひずみ $\Delta l / l$ に対する、軸直角方向ひずみ $\Delta b / b$

の割合に符号をつけた値をポアソン比 ν といい、下記で表す

$$\nu = \frac{\Delta b / b}{\Delta l / l}$$

ポアソン比は材料固有の値を示し、鋼材で $1/3 \sim 1/4$

コンクリートで、 $1/6 \sim 1/12$ を示す。



66/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

第6章：応力と材料の強さ（各種材料の力学的性質）



67/79

2026.Wako Design. co.,Ltd.

第7章：梁のたわみ

梁は鉛直方向の荷重を受けて変形して曲がる。構造上安全は橋であっても、変形する量が大きいと移動荷重によって振動を起こすなど好ましくない。そのため、梁の変形量（たわみ量）は規制されている。

表- たわみの許容値 (m)

橋の形式			けたの形式	単純げたおよび 連続げた	ゲルバーげたの 片持部
プレート ガーダー 形 式	鉄筋コンクリー ト床版をもつプ レートガーダー	$L \leq 10$	$L/2,000$	$L/1,200$	
		$10 < L \leq 40$	$\frac{L}{20,000/L}$	$\frac{L}{12,000/L}$	
		$40 < L$	$L/500$	$L/300$	
	その他の床版をもつプレート ガーダー		$L/500$	$L/300$	
	吊 橋 形 式			$L/350$	
斜 張 橋 形 式			$L/400$		
そ の 他 の 形 式			$L/600$	$L/400$	

68/79

道路橋示方書：鋼橋編より抜粋

PC橋に準用

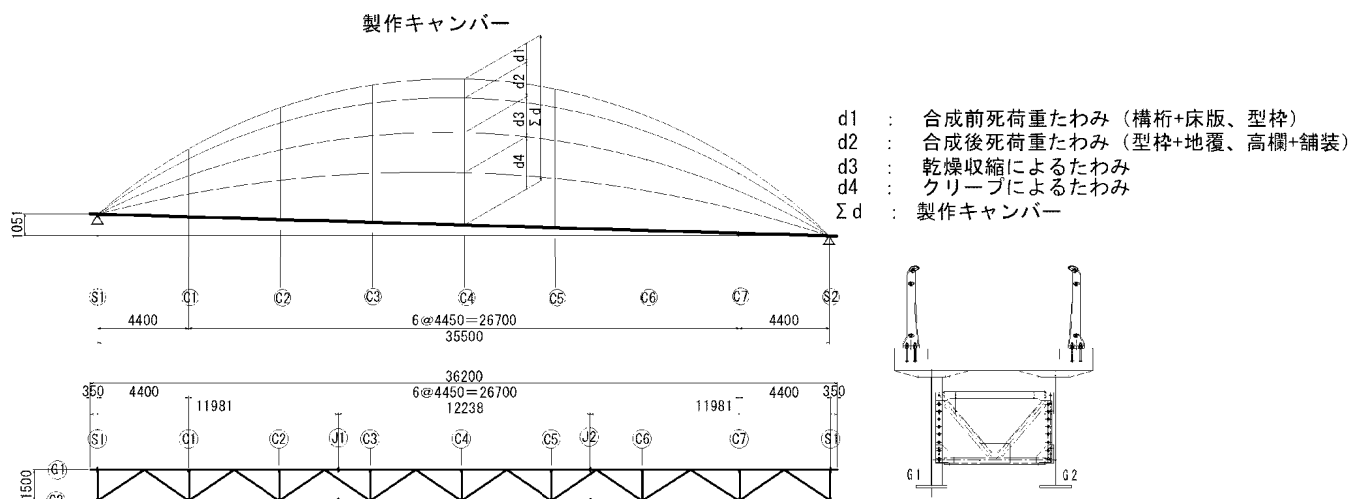
L ：支間長(m)

2026.Wako Design. co.,Ltd.

第7章：梁のたわみ（カンバー）



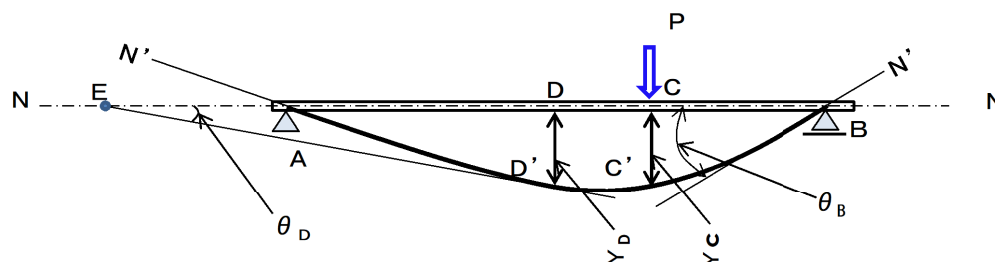
カンバーとは、桁の自重等により桁がたわむので、完成時の形状が計画時の形状と異ならないように、工場製作でつける、たわみと同じ量の反りのことである。



69/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

第7章：梁のたわみ



上図のように、部材N—Nのまっすぐな梁に、荷重が作用すると、梁はN'—N'のように変形して曲がる。この現象を、' 梁がたわむ' といい、変形後の部材軸N'—N'をたわみ曲線という。また、荷重が作用するまえの点Cが、変形後C'に移動したとすると、C C'の鉛直距離Ycを点Cのたわみといい、長さの単位、m、mmで示す。

また、たわみ曲線上の点D'の接線と、もとの部材軸N—Nとの交点をEとすると、この接線ED'とN—N軸のなす角 θ_D を点Dのたわみ角といい、単位はラジアン「rad」で表す。

ここで復習です。 $\pi \text{ rad} = 180^\circ$ です。 つまり $1 \text{ rad} = 180 / \pi$ $1 \text{ rad} \doteq 57.3^\circ$ です。

梁のたわみを考える場合は、下記のようなルールとする。

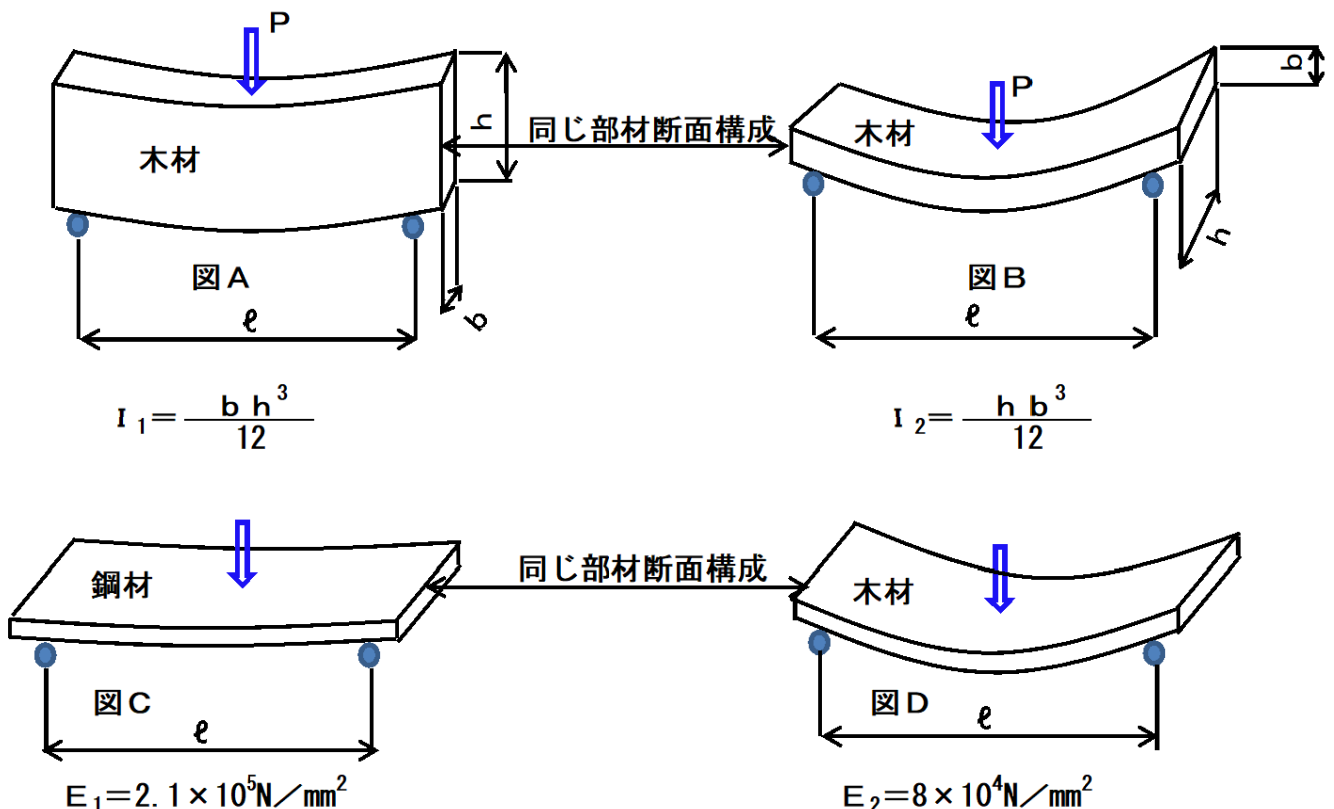
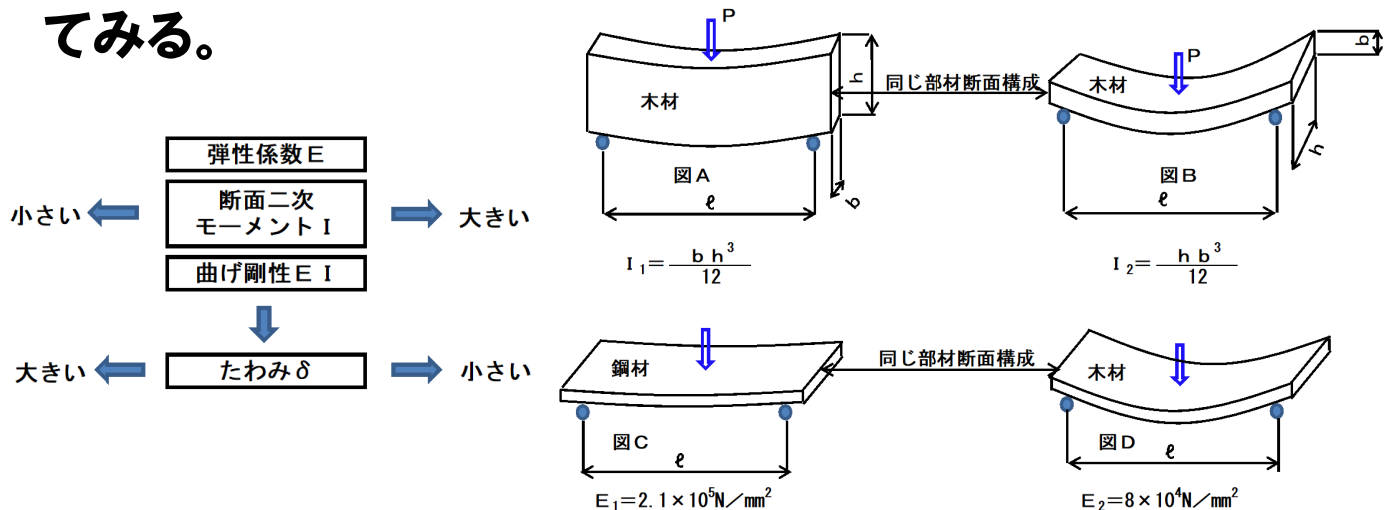
1. 一般にせん断によるたわみは微小なので、曲げモーメントによるたわみだけを取り扱う。
2. 単純梁がたわむと可動支点は少し内側に移動するが、一般にその量は微量なので無視する。
3. たわみは下に向かうものを正（+）、たわみ角は変形まえのN—N軸を基準として時計まわりの方向を正（+）とする。

70/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

梁がたわみ場合、その変形量の大きさが問題となる。たわむ原因として、曲げモーメントMの影響が大きいので、曲げモーメントの値が小さくなるよう、また、必要以上に支間長を大きくしない構造を考える。

また、曲げモーメントの値が同じ場合には、断面の形や材質が影響する。これらについてどのように影響するか考えてみる。



第7章：梁のたわみ（曲げ剛性と弾性荷重）



図A～Dに示すように、曲げモーメントが等しくなるように、荷重P、支間長 l を同じにする。同質材料、同一断面積、同一断面形状（ $b < h$ ）の木材を、図A、図Bのように支持した場合、断面を縦長にした、図Aがたわみが小さい。図Aと図Bの違いは断面二次モーメント I （ $I_1 > I_2$ ）で、 I が大きければたわみが小さい。

また、図Cと図Dでは、同一断面形状で材質を、鋼材と木材に変えた条件である。図Cの鋼材を用いた方がたわみが小さい。これは、弾性係数 E の大きさに関係があり、 E （ $E_1 > E_2$ ）の大きい方がたわみが小さい。

以上のように、たわみ Y は、 E や I が大きくなるほど小さくなる。この E と I の積、 EI は梁の曲げに関する強さを表すもので、**曲げ剛性**という。

次に、たわみ曲線の曲率半径 R と曲げモーメント M 、**曲げ剛性** EI との関係を考える。 EI を大きくすると、梁のたわみが小さくなる。よって、梁の曲がりが少なくなり、曲率半径 R が大きくなる。曲げモーメント M が大きくなると、反対にたわみが大きくなり、梁の曲がりが大きくなり、曲率半径が小さくなる。これらの関係をまとめると、前出したパワーポイントP-57に示す、式④になる。

$$\frac{M}{EI} = \frac{1}{R}$$

この $\frac{M}{EI}$ の値を**弾性荷重**といい、この**弾性荷重**を用いて、

梁がたわむときのたわみ角やたわみの大きさを求める。

$\frac{1}{R}$ を**曲率**という。

73/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

第7章：梁のたわみ（モールの定理）



梁のたわみ・たわみ角を求める「**モールの定理**」について示す。

「**モールの定理**」は、梁に荷重が作用したときのせん断力と曲げモーメントを求める考え方を、たわみ角 θ 、たわみ Y の算出に適用したものである。

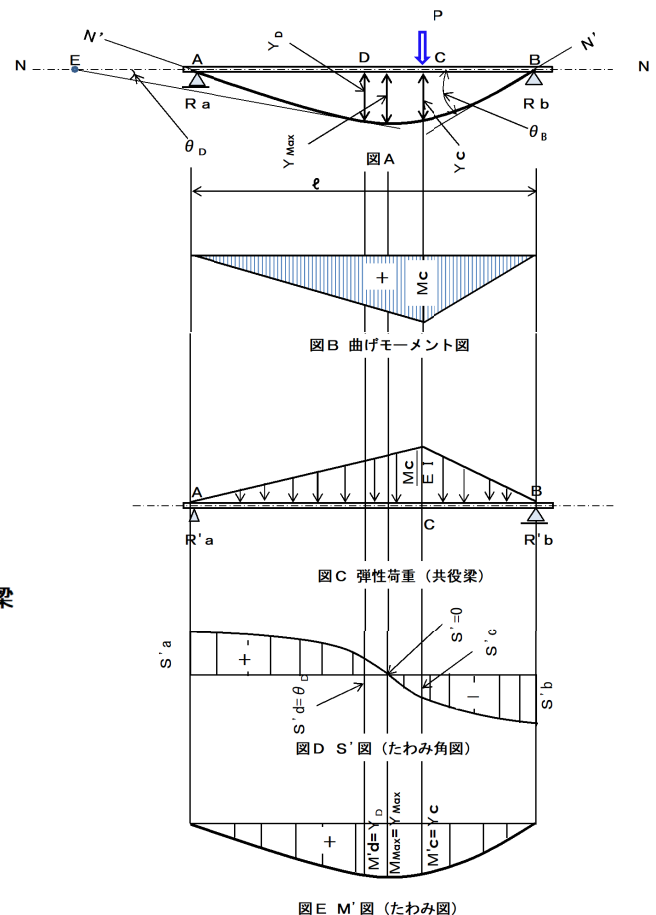
弾性荷重 $\frac{M}{EI}$ を求め、それを梁に作用する仮定の梁

の分布荷重と考えて計算を行うと、求めたせん断力が、たわみ角の値であり、曲げモーメントがたわみの値である。仮定の梁を共役梁という。**共役梁は'**を付けて区別する。

求め方

1. 梁の作用する外力 P による曲げモーメント M_c を求め、図Bの曲げモーメント図を描く。
2. 曲げモーメント図の値に $1/EI$ をかけた弾性荷重を共役梁に作用する仮定の分布荷重と考えて、図Cのように作用させ、再度梁の計算を実施する。
3. 再度求めたせん断力图（ S' 図）・曲げモーメント図（ M' 図）は、図D、図Eのようになるが、それぞれの図の値が各点のたわみ角とたわみを示す。
4. 求める点Dのたわみ角とたわみは下記となる。

$$\theta_D = S' d \quad Y_D = M' d$$



図E M'図（たわみ図）

74/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

第7章：梁のたわみ（単純梁のたわみとたわみ角）

集中荷重の場合

モールの定理の順序に従って計算する。図Cのように、

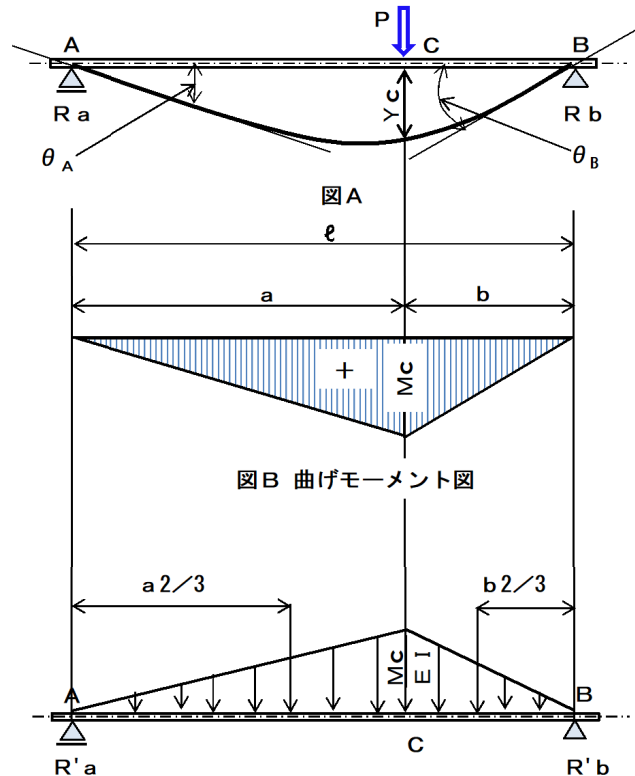
弾性荷重を作用させて、反力 R'_a と R'_b を求める。

$\Sigma M'_B = 0$ から、

$$\begin{aligned} R'_a \ell - \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{M_c}{EI} \cdot a \right) \times \left(b + \frac{a}{3} \right) - \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{M_c}{EI} \cdot b \right) \times \frac{2}{3} b &= 0 \\ R'_a &= \frac{1}{\ell} \left(\frac{M_c a b}{2EI} + \frac{M_c a^2}{6EI} + \frac{2M_c b^2}{6EI} \right) \\ &= \frac{M_c}{6EI\ell} \left(a^2 + 3ab + 2b^2 \right) \\ &= \frac{M_c}{6EI\ell} (a+b)(a+2b) \\ &= \frac{M_c}{6EI\ell} \ell (a+2b) = \frac{M_c}{6EI} (\ell + b) \end{aligned}$$

ここで、 $R_a = Pb/\ell$ である。よって、 $M_c = Ra \cdot a$

即ち、 $M_c = Pa b / \ell$ となる。これを上式に代入する。



図C 弾性荷重（共役梁）

75/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

第7章：梁のたわみ（単純梁のたわみとたわみ角）

$$R'_a = \frac{Pa b}{6EI\ell} (\ell + b) \quad \text{となる。同様に、} \quad R'_b = \frac{Pa b}{6EI\ell} (\ell + a)$$

弾性荷重による梁の点Aと点Bのせん断力は、 $S'_a = R'_a$ $S'_b = -R'_b$ である。

したがって、 $\theta_A = S'_a$ $\theta_B = S'_b$ であるので、

$$\theta_A = \frac{Pa b}{6EI\ell} (\ell + b) \quad \theta_B = \frac{-Pa b}{6EI\ell} (\ell + a) \quad \text{となる。}$$

また、 Y_c を求めるのは、図Cの弾性荷重が作用した時の点Cの曲げモーメント M'_c を計算する。

$$\begin{aligned} \text{即ち} \quad M'_c &= R'_a \cdot a - \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{M_c}{EI} \cdot a \right) \times \frac{a}{3} = \frac{Pa b}{6EI\ell} (\ell + b) \times a - \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{Pa b}{EI\ell} \cdot a \right) \times \frac{a}{3} \\ &= \frac{Pa^2 b}{6EI} \left(1 + \frac{b}{\ell} - \frac{a}{\ell} \right) = \frac{Pa^2 b}{6EI} \cdot \frac{2b}{\ell} = \frac{Pa^2 b^2}{3EI\ell} \quad \text{となる。} \end{aligned}$$

$$\text{したがって、} Y_c = M'_c = \frac{Pa^2 b^2}{3EI\ell} \quad \text{となる。}$$

仮に、集中荷重Pが支間中央に作用すると、 $a = b = \ell/2$ となり、 $\theta_A = \frac{P\ell^2}{16EI} = -\theta_B$ ←たわみ角

$$Y_c = \frac{P\ell^3}{48EI} \quad \text{となる。} \leftarrow \text{たわみ}$$

76/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

第7章：梁のたわみ（単純梁のたわみとたわみ角）

等分布荷重の場合

モールの定理の順序に従って、たわみ角とたわみを計算する。

弾性荷重の反力 R'_a 、 R'_b を求める。

図Cに示す、弾性荷重面積は既知式より $A = \frac{2}{3} \cdot \frac{Mc}{EI} \cdot \ell$

$$\begin{aligned} \text{即ち } R'_a = R'_b &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{Mc}{EI} \cdot \ell \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{W\ell^2}{8EI} \cdot \ell = \frac{W\ell^3}{24EI} \end{aligned}$$

したがって、 $S'_A = R'_a$ 、 $S'_B = -R'_b$

等分布荷重による単純梁のたわみ角 $\theta_A = S'_A = \frac{W\ell^3}{24EI}$

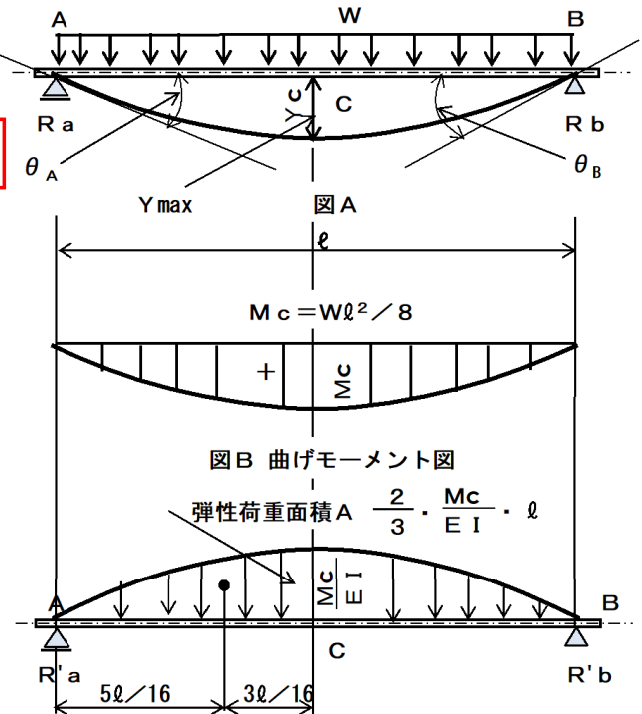
$$= -\theta_B \quad \leftarrow \text{たわみ角}$$

次に支間中央のたわみ Y_c を求める。

図CのA～C間で支間中央からの図心位置は、既知式より

$3\ell/16$ にあることが解っているので、下記となる。

$$\begin{aligned} M'_c &= \frac{W\ell^3}{24EI} \times \frac{\ell}{2} - \frac{W\ell^3}{24EI} \times \frac{3\ell}{16} \\ &= \frac{5W\ell^4}{384EI} \quad \leftarrow \text{たわみ} \end{aligned}$$



図C 弾性荷重（共役梁）

77/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

第7章：梁のたわみ（単純梁のたわみとたわみ角）

図	形	断面積 A	図示の軸より縁に至る距離 y	図示の軸にかんする断面二次モーメント I	図示の軸にかんする断面係数 W	図示の軸にかんする回転半径 r
放物線形		$\frac{2}{3}bh$	$\frac{h}{2}$	$\frac{bh^3}{30}$	$\frac{bh^2}{15}$	$\frac{h}{2\sqrt{5}}$
放物線形		$\frac{2}{3}bh$	$y_1 = \frac{2}{5}h$ $y_2 = \frac{3}{5}h$	$\frac{8}{175}bh^3$	$W_1 = \frac{I}{y_1} = \frac{4}{35}bh^2$ $W_2 = \frac{I}{y_2} = \frac{8}{105}bh^2$	$\sqrt{\frac{12}{175}}h$
放物線形		$\frac{2}{3}bh$	$y_1 = \frac{3}{8}h$ $y_2 = \frac{5}{8}h$	$\frac{19}{480}bh^3$	$W_1 = \frac{I}{y_1} = \frac{19}{180}bh^2$ $W_2 = \frac{I}{y_2} = \frac{19}{300}bh^2$	$\frac{\sqrt{95}}{40}h$

78/79

2026.Wako Design. co.,ltd.

ご清聴、ありがとうございました



79／79

2026.Wako Design. co.,ltd.

(一社)鳥取県土木施工管理技士会

「建設基礎講習」講習会アンケート



<https://forms.office.com/r/KfdeTH4cKY>

お手元のスマートフォン、タブレット端末より
QRコードを読み取りご回答ください。